**INÉGALITÉS DE WEILLER (F01, F03, F06)**
(23 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit $X = (X_1, ..., X_N)$ un **échantillon** constitué de **vars** et $X^{(.)} = (X^{(1)}, ..., X^{(N)})$ la **statistique d'ordre** associée. On suppose que $X^{(1)} > 0$ et l'on pose :

$$M_N = \overline{X}_N = N^{-1} . \Sigma_{n=1}^{N} X_n = e_N' X / e_N' e_N \quad \text{(\textbf{moyenne empirique}),}$$

(1) $$H_N^{-1} = N^{-1} . \Sigma_{n=1}^{N} X_n^{-1} \quad \text{(inverse de la \textbf{moyenne harmonique} empirique),}$$

$$G_N^{N} = \Pi_{n=1}^{N} X_n \quad \text{(où } G_N \text{ est la \textbf{moyenne géométrique} empirique).}$$

Les **inégalités de H. WEILLER** s'écrivent :

(2)
$$0 \leq (M_N - H_N) / H_N \leq (X^{(N)} - X^{(1)})^2 / (4 X^{(1)} . X^{(N)}),$$
$$0 \leq (M_N - G_N) / G_N \leq (X^{(N)} - X^{(1)})^2 / (4 X^{(1)} . X^{(N)}).$$

(ii) Ces inégalités fournissent ainsi des bornes supérieures aux écarts relatifs entre la moyenne empirique et les moyennes harmonique et géométrique empiriques.