INTÉRACTION FACTORIELLE (J3, L4)
(12 / 11 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Un **plan d'expérience** (factoriel) est souvent « validé » à l'aide d'une **analyse de la variance** ou d'une **analyse de la covariance** (cf **plan factoriel**). Cette analyse peut conduire à exprimer que certains **facteurs** agissent de façon non indépendante entre eux, ie de façon simultanée ou concomitante, sur le résultat de l'**expérience aléatoire**, notamment lorsqu'elle est planifiée.

Le résultat en question est usuellement traité comme une **variable endogène**, et l'existence d'une **intéraction factorielle** peut eg traduire un **effet de synergie** (resp **effet d'annihilation**) dans l'action simultanée de certains facteurs.

(i) A titre d'exemple, un modèle d'**analyse de la variance à deux facteurs** F et G peut se formaliser selon :

(1) $y_{ij,n(i,\,j)} = m_{ij} + u_{ij,n(i,\,j)}$,

où $n_{ij} \in \{1,..., N_{ij}\}$ et $(i, j) \in N_I^* \times N_J^*$ (n_{ij} est aussi noté, par commodité, n(i,j)).

Le facteur F comporte ainsi I niveaux (ou modalités) et le facteur G en comporte J.

Les hypothèses stochastiques usuelles sont les suivantes, $\forall\ n_{ij}$, $\forall\ n_{kl}$, $\forall$ (i, j), $\forall$ (k, l) :

(2)
$$E\ u_{ij,n(i\,,\,j)} = 0,$$
$$C\ (u_{ij,n(i,\,j)}\ ,\ u_{kl,n(k\,,\,l)}) = \delta_{(i,\,j)(k,\,l)}\ .\ \sigma^2$$
(**homoscédasticité**).

On suppose que m_{ij} est modélisé selon une forme additive $m_{ij} = \beta^0 + \beta_i^1 + \beta_j^2 + \beta_{ij}^{12}$, dans laquelle :

(a) β_0 représente l'**effet global** des facteurs, ie l'effet non imputable à une modalité particulière de l'un d'eux ;

(b) β_i^1 et β_j^2 sont les **effets propres** (ou effets « marginaux ») relatifs resp à la modalité i de F et à la modalité j de G (cf **effet factoriel**).

On appelle **intéraction factorielle**, ou parfois **effet résiduel entre facteurs**, l'intéraction β_{ij}^{12} existant entre la modalité i de F et la modalité j de G, ie :

(3) $\beta_{ij}^{12} = m_{ij} - (\beta^0 + \beta_i^1 + \beta_j^2)$.

Ce **modèle additif** décrit les effets « théoriques » des facteurs. Les paramètres β_0 , β_i^1 et β_j^2 du modèle peuvent être estimés (intéractions empiriques) pour tester l'existence d'intéractions effectives.

(ii) Une intéraction factorielle constitue donc une mesure de l'influence sur les résultats (ie sur les observations portant sur la variable endogène) dûe à l'effet d'un niveau d'un facteur lorsque les niveaux des autres facteurs sont inchangés. D'un point de vue terminologique, on distingue souvent divers types d'intéractions :

(a) **intéraction d'ordre zéro**, ou **effet principal**, (ie chaque paramètre β_i^1 et β_i^2 ci-dessus), attachée à un facteur déterminé ;

(b) **intéraction d'ordre un** (ie chaque paramètre β_{ij}^{12} ci-dessus), simplement appelée intéraction, qui relie deux facteurs déterminés ;

(c) **intéraction d'ordre supérieur**, qui relie plusieurs facteurs (cf **modèle d'analyse de la variance**).