

JEU (A14)

(12 / 11 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) Un jeu (mathématique) consiste en la donnée :

(a) d'un **ensemble** J de **joueurs** $j \in J$. En général J est fini et comporte J joueurs (en notant aussi J le nombre des joueurs). On identifie alors J avec l'ensemble $N_J^* = \{1, \dots, J\}$. Dans certains cas, on considère que l'ensemble des joueurs est un **espace mesurable**, ie un espace de la forme (J, \mathcal{B}_J, P) , dans laquelle chacun des joueurs est supposé muni d'une « **masse** » (ou d'un « **poids** ») spécifique ;

(b) pour tout joueur $j \in J$, d'un ensemble D_j de **décisions** d_j (resp d'un ensemble A_j d'**actions** a_j) « **pures** », ie non aléatoires. Plus généralement, on associe souvent à chaque joueur j un ensemble $D_{m, j}$ de **stratégies mixtes**, ie un ensemble de va $d_j : \Omega \mapsto D_j$ associées à un **espace probabilisé** donné (Ω, \mathcal{F}, P) . On appelle ainsi **stratégie** la **probabilité de transition** correspondante ;

(c) pour tout joueur $j \in J$, d'une **fonction de paiement**, ou **fonction de gain**, ou encore **fonction de règlement** :

$$(1) \quad f_j : \prod_{j \in J} D_j \mapsto \mathbf{R}$$

qui dépend donc des décisions des autres joueurs ;

(d) pour tout joueur $j \in J$, d'une **(fonction d') utilité** :

$$(2) \quad u_j : \prod_{j \in J} D_j \mapsto \mathbf{R}$$

dont les valeurs dépendent aussi des décisions des autres joueurs.

(ii) Ces données de base peuvent être enrichies en intégrant (explicitement) des ensembles (ou espaces) particuliers significatifs :

(a) ainsi, on associe souvent à chaque joueur $j \in J$ un **ensemble d'information** I_j , ie un ensemble d'informations dont j peut disposer, eg à l'instant $t \in T$, où T désigne l'**ensemble des instants** auxquels les joueurs peuvent agir. Cet ensemble peut donc évoluer au cours du temps, soit $I_j(t)$;

(b) de même, on peut parfois définir, à chaque instant $t \in T$, un **ensemble des conséquences** possibles attaché à chaque décision prise, compte tenu des réactions (ou « réponses ») adoptées par les autres joueurs.

(iii) Un **jeu statistique** plonge le jeu précédent dans un « univers » **aléatoire** (information imparfaite, bluff, triche, etc) et transforme les décisions en **décisions statistiques**, ie des décisions optimisant l'**utilité** (ou le gain) en fonction du jeu passé (cf aussi **jeu statistique séquentiel**).