

JEU STATISTIQUE (A14, G3)

(10 / 11 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

La théorie (statistique) des jeux conduit souvent à l'étude du jeu à deux joueurs (décideurs) : **statisticien** vs **Nature**. Une formalisation élémentaire en est la suivante (cf aussi **jeu à deux personnes**).

(i) Soit Θ un **ensemble** appelé **ensemble des paramètres**, ou **paramétrage**, D un ensemble appelé **ensemble de décision** (ou **ensemble des décisions**), ou **d'action(s)**, et $L : \Theta \times D \mapsto \mathbf{R}$ une fonction appelée **fonction de perte**.

On appelle (**forme normale d'un**) **jeu statistique** (à deux joueurs et à somme nulle) la donnée du triplet (Θ, D, L) .

Ce formalisme, dans lequel aucune hypothèse **aléatoire** (ou probabiliste) n'est faite, est cependant très voisin de celui de la **décision statistique** (cf aussi **théorie de la décision**). L'interprétation est la suivante :

(a) l'un des joueurs (la « **Nature** ») choisit un « état » $\theta^* \in \Theta$ (ensemble des **états de la nature**) ;

(b) l'autre joueur (le **statisticien**) décide, sans connaître θ^* , d'une action $d \in D$, laquelle dépend généralement d'une « **information** », ou (tout au moins) d'un corps d'hypothèses relatives à Θ . Il subit alors une « perte » $L(\theta, d)$ qui correspond (implicitement) au « gain » perçu par la Nature (la somme algébrique des gains est donc bien nulle, ce que l'un perd étant gagné par l'autre).

(ii) Dans un **jeu** classique, chaque joueur cherche à minimiser sa perte : eg sa plus grande perte possible (« minimax »), ou sa perte moyenne (« espérance »). Dans un jeu statistique, la Nature représente, en fait, un joueur « fictif » (un « Dieu », le « Hasard », etc) auquel il est difficile d'imputer un « comportement » de ce type. C'est pourquoi on considère généralement qu'elle choisit la **vraie valeur d'un paramètre** $\theta^* \in \Theta$ une fois pour toutes. Le statisticien est seulement supposé connaître l'**espace** Θ , dont la structure, selon le problème étudié, peut être très complexe, mais il ne connaît pas θ^* . Il ne peut que mettre en oeuvre diverses informations (ou **observations**), généralement considérées comme aléatoires, afin d'en déduire une « opinion » sur la « vraie valeur » θ^* du paramètre « choisi » par la Nature.

(iii) Le schéma précédent est à l'origine de la **théorie de la décision statistique** (A. WALD).

(iv) Cette théorie des jeux s'est développée en étudiant aussi des jeux :

(a) à plusieurs joueurs (personnes) ;

(b) à **espace d'états** incertain, qu'il s'agisse des états de la nature (paramètres) ou des états des observations (**données**).