LEMME DE HOEFFDING (C)
(05 / 12 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit $(\Omega, \mathcal{T}, P)$ un **espace probabilisé** et $(\xi, \eta) : \Omega \mapsto \mathbf{R}^2$ un **couple aléatoire** réel de carré intégrable.

Le **lemme de W.A. HOEFFDING** exprime alors que la **covariance** de (ξ, η) s'exprime sous forme intégrale en fonction de leur **loi conjointe** (resp de leur **fr** jointe) et de leurs **lois marginales** (resp **fonctions de répartition marginales**), ie :

(1) $C(\xi, \eta) = \int_{\mathbf{R2}} \{P([\xi > x] \cap [\eta > y]) - P([\xi > x]) \,.\, P([\eta > y])\}\, dx\, dy.$

(ii) Si l'on définit les **boréliens** $B_x = [\xi > x]$ et $B_y = [\eta > y]$, alors (1) équivaut à :

(2) $C(\xi, \eta) = \int \mathbf{1}(\mathbf{R}^2) \{P^{(\xi,\eta)} (B_x \times B_y) - P^\xi (B_x)\, P^\eta (B_y)\}\, dx\, dy,$

où $P^{(\xi,\eta)}$ désigne la **loi conjointe** du couple (ξ, η) et P^ξ (resp P^η) la loi marginale de ξ (resp de η) et $\mathbf{1}(R)$ est la **fonction indicatrice** d'une **partie** $R \subset \mathbf{R}$.