

LEMME DE KARLIN (I)

(05 / 12 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit $(\mathcal{X}, \mathcal{B}, (P_\theta^X)_{\theta \in \Theta})$ un **modèle statistique** dont la **famille des lois** $(P_\theta^X)_{\theta \in \Theta}$ est à **rapport de densités monotone** (croissant).

(ii) Le **lemme de S. KARLIN** exprime que :

(a) si $h : \mathcal{X} \mapsto \mathbf{R}$ est une fonction mesurable (cf **application mesurable**), non décroissante (eg une **fonction de test**) et intégrable, alors la fonction :

$$(1) \quad \theta \in \Theta \mapsto E_\theta h(X)$$

est aussi non décroissante ;

(b) de plus, si F_θ désigne la **fonction de répartition** associée à P_θ^X ($\forall \theta \in \Theta$), on a l'inégalité suivante (cf **croissance stochastique**) :

$$(2) \quad F_\theta \geq F_\tau, \quad \forall (\theta, \tau) \in \Theta^2_{<}, \forall x \in \mathcal{X}.$$

Autrement dit, $F_\theta(x) \geq F_\tau(x)$, p.p. $\forall x \in \mathcal{X}$ et $\forall (\theta, \tau) \in \{(\theta, \tau) \in \Theta^2 : \theta < \tau\}$.