LIMITE EN MOYENNE QUADRATIQUE (E)
(22 / 09 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

La **limite en moyenne quadratique** s'associe à une forme de **convergence stochastique** : la **convergence en moyenne quadratique**. Elle est très souvent utilisée, notamment en relation avec la **loi normale** ou ses dérivées (**loi normale multidimensionnelle**, **loi de STUDENT**, **loi de FISHER**, **loi du chi-deux**).

(i) Soit $X = (X_t)_{t \in T}$ une **famille** de **va** $X_t \in \mathscr{L}_{\mathbf{R}}^2 (\Omega, \mathscr{T}, P)$, $\forall\, t \in T$. On dit que la va $X_\infty \in \mathscr{L}_{\mathbf{R}}^2 (\Omega, \mathscr{T}, P)$ est la **limite en moyenne quadratique**, ou **limite dans $\mathbf{L^2}$**, de X lorsque la fonction (non identiquement nulle) $\varphi : T \mapsto \mathbf{R}_+$ tend vers 0 (fonction identiquement nulle) ssi, $\forall\, \varepsilon > 0$, il existe un nombre $\eta > 0$ tq :

(1) $\quad E\,|X_t - X_\infty|^2 < \varepsilon, \qquad \forall\, t : 0 < \varphi(t) < \eta.$

(ii) Cette notion générale est applicable à une famille non dénombrable (ie à une famille au moins dénombrable) de va (eg certains **processus**). Elle s'étend au cas où les **variable** X_t et X_∞ appartiennent à l'espace $\mathscr{L}_{E}^2 (\Omega, \mathscr{T}, P)$, dans lequel E désigne un **espace de BANACH** (réel ou complexe), en remplaçant dans (1) la **valeur absolue** |.| sur **R** par la **norme** ||.|| de E.

En général, on considère des classes de va tq les précédentes. On note alors la **convergence en moyenne quadratique** selon :

(2) $\quad \lim_t X_t =^{L2} X_\infty$ ou $\lim_t X_t =^{m.q.} X_\infty$, etc.