LISSAGE EXPONENTIEL SIMPLE (N3, N6)
(22 / 09 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

Le **lissage exponentiel simple** est une méthode à la fois « empirique » et « rapide » pour établir une prévision relativement à un **processus stochastique** ou à une série temporelle.

Soit $x = (x_t)_{t=1,\ldots,T}$ une **série temporelle**, $H \in$ **N*** un **horizon de prévision** à partir de l'instant T et un nombre réel $\alpha \in]0, 1[$ (ou parfois $1 - \alpha$), appelé **constante de lissage**.

(i) On appelle **lissage exponentiel simple** la méthode consistant à « estimer » x_{T+H} à l'aide de la **prévision** suivante :

(1) $$x_T^{\wedge}(H) = (1 - \alpha) . \Sigma_{\theta=0}^{T-1} \alpha^{\theta} . x_{T-\theta} .$$

Dans (1), $x_T^{\wedge}(H)$ est indépendante de H : on la note donc aussi $x_T^{\wedge}$.

(ii) On établit deux **formules de « mise à jour » de la prévision** :

(2) $$x_T^{\wedge} = \alpha\, x_{T-1}^{\wedge} + (1 - \alpha)\, x_T ,$$
$$x_T^{\wedge} = x_{T-1}^{\wedge} + (1 - \alpha)\, (x_T - x_{T-1}^{\wedge}).$$

(iii) Dans le **modèle de régression** simple :

(3) $$x_t = b + u_t ,\ \text{avec}\ E\, u_t = 0\ \text{et}\ C\,(u_s , u_t) = \delta_{st} . (\sigma^2 / \alpha^{T-t}),$$

le **paramètre** b admet pour **estimateur** (par « **régression pondérée** ») :

(4) $$b_T^{\sim} = (1 - \alpha^T)^{-1} . (1 - \alpha) . \Sigma_{\theta=0}^{T-1} \alpha^{\theta} . x_{T-\theta} .$$

Celui-ci vérifie la propriété $\text{plim}_{T \to +\infty} (x_T / b_T^{\sim}) = 1$.

Pour un horizon H donné, le choix de la constante α peut se faire par minimisation de la somme des carrés des **erreurs de prévision** aux dates $t \in \{1 ,..., T-H\}$.