

## LOI BETA DÉCENTRÉE (C7)

(12 / 12 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit  $\xi \sim \gamma_\mu(0, b, \lambda)$  (**loi gamma non centrale**),  $\eta \sim \gamma_\nu(0, b)$  (**loi gamma**) une variable indépendante de  $\xi$  et  $b > 0$  un **paramètre** commun à ces deux **lois**.

Alors, la loi de la variable  $\tau$  définie selon :

$$(1) \quad \tau = \begin{cases} \xi / \eta & \text{si } \eta \neq 0, \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases}$$

est appelée **loi beta décentrée** (de seconde espèce). On la note  $\beta(\mu, \nu, \lambda)$ .

(ii) Sa **densité** par rapport à la **mesure de LEBESGUE** s'écrit,  $\forall t \in \mathbf{R}$  :

$$(2) \quad f(t) = (dP^\tau / d\lambda_1)(t) = \mathbf{1}_{\mathbf{R}^+}(t) \cdot \{e^{-\lambda} t^{\mu-1} / (t+1)^{\mu+\nu}\} \cdot \sum_{n \in \mathbf{N}} f_n(\lambda, \mu, \nu, t),$$

avec :

$$(3) \quad f_n(\lambda, \mu, \nu, t) = (\lambda^n / n!) \{t / (t+1)\}^n \{1 / \mathbf{B}(\mu+n, \nu)\}, \quad \forall t \in \mathbf{R}.$$

où  $\mathbf{B}$  désigne la **fonction Beta**.

(iii) En particulier, si le **paramètre de décentrage**  $\lambda$  est nul, cette loi se réduit à la **loi beta** de seconde espèce.