

LOI CONTRAINTE (C4, C6)

(30 / 08 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) Dans le cadre d'un **modèle statistique** général, une **loi multivariée** est une **loi contrainte** lorsqu'elle ne peut parcourir tout l'**ensemble** qu'elle est supposée pouvoir balayer. Ainsi, une loi $P^\xi \in \mathcal{P}^\xi$ peut se trouver contrainte par une **partie** stricte (eg une **partie bornée**) $\mathcal{R}^\xi$ de $\mathcal{P}^\xi$.

Un exemple est celui d'une **loi normale** $\mathcal{N}_K(\mu, \Sigma)$ tq $\mu \in B$ (**partie bornée** de $\mathbf{R}^K$).

(ii) Plus spécifiquement, une **loi de probabilité multidimensionnelle** est une **loi contrainte** ssi elle vérifie des conditions données, notamment marginales (« conditions de marges »).

Ainsi, étant donné un N-uple aléatoire X (cf **vecteur aléatoire**) à valeurs dans un ensemble produit $\mathcal{X}^N$ et des loi unidimensionnelles $Q_1, \dots, Q_N$, on dit que la loi P^X de X est une **loi contrainte** par la **suite** des **lois marginales** $(Q_n)_{n=1, \dots, N}$ ssi la n-ième **loi marginale** de X n'est autre que Q_n , $\forall n \in N_N^*$. Autrement dit, si $pr_n : \mathcal{X}^N \mapsto \mathcal{X}$ désigne la n-ième **projection**, P^X est tq :

$$(1) \quad pr_n(P^X) = Q_n, \quad \forall n \in N_N^*.$$

(iii) La définition s'étend au cas où certaines lois marginales sont elles-mêmes à plusieurs dimensions.

(iv) Divers procédés permettent de construire des lois tq P^X satisfaisant à des contraintes de marges (cf **loi de MORGENSTERN**, **loi de PLACKETT**).

(v) La notion se relie naturellement à celle de **tableau statistique** contraint, laquelle conduit à la définition d'**ajustement d'un tableau statistique** sur des marges (cf aussi **lemme de SKLAR**).