

LOI DE DIRAC-FERMI (B3, C7)

(14 / 01 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) Dans le cadre du modèle générant la **loi de MAXWELL**, on suppose, au contraire, que les n particules i sont :

(a) indistinguables ;

(b) réparties sans **répétition** possible parmi les N **états** \mathcal{X}_α .

On appelle alors **loi de P.A.M. DIRAC - E. FERMI** la **loi de probabilité** de la **va** X dont les coordonnées X_k représentent resp le nombre de particules possédant le niveau d'énergie u_k , avec $e_K' X = n$ (cf **énergie d'un système**).

(ii) Cette loi n'est autre que la **loi hypergéométrique** généralisée :

$$(1) \quad P^X = \mathcal{H}_K(N, n, N_1 / N, \dots, N_K / N).$$

Sa répartition des masses (**densité** pr à la **mesure de comptage**) s'écrit donc :

$$(2) \quad f(x) = \mathbf{1}(\Pi_n)(x) \cdot (C_N^n)^{-1} \cdot \prod_{k=1}^K C_{N(k)}^{n(k)}, \quad \forall x \in \mathbf{N}^K,$$

où $\Pi_n = \{x \in \mathbf{N}^K : e_K' x = n\}$, $\mathbf{1}(\Pi_n)$ est l'**indicatrice** de Π_n , C_a^b désigne un coefficient binomial et $n(k)$ (resp $N(k)$) désigne n_k (resp N_k) ($k = 1, \dots, K$).

(iii) Lorsque $N_k \gg x_k$ ($\forall k \in N_K^*$) (ie lorsque $\min_{k=1}^K N_k \rightarrow +\infty$), la loi de DIRAC-FERMI tend vers la loi de MAXWELL.