LOI DE PASCAL (B3, C7, E)
(15 / 12 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit $(\Omega, \mathcal{T}, P)$ un **espace probabilisé**, $p \in]0, 1[$ et $s \in \mathbf{N}^*$.

On dit que la **va** entière $\xi : \Omega \mapsto \mathbf{N}$ suit une **loi de B. PASCAL** ssi sa **loi** P^ξ admet pour **densité** pr à la **mesure de comptage** sur $D_s = \{s, s+1, ...\} = \mathbf{N} \setminus N_{s-1}$ la fonction suivante :

(1) $\quad f(x) = \mathbf{1}(D_s)(x) . C_{x-1}^{s-1} . p^s (1-p)^{x-s}, \qquad \forall x \in \mathbf{N},$

où C_m^n est un coefficient binômial.

Autrement dit, P^ξ peut se mettre sous la forme :

(2) $\quad P^\xi = \Sigma_{x \in Ds} C_{x-1}^{s-1} . p^s (1-p)^{x-s} . \delta_x, \qquad \forall x \in \mathbf{R},$

où δ_x est la **loi de DIRAC** placée au point x, et Ds désigne D_s .

On peut noter cette loi eg $P^\xi = \mathcal{P}(p, s)$ ou $P^\xi = \mathcal{P}_s(p)$.

(ii) On montre que :

(a) si s = 1, alors $P^\xi = \mathcal{P}_1(p) = \mathcal{G}(p)$ (**loi géométrique**) ;

(b) si p = 1, alors $\mathcal{P}_s(1) = \delta_s$ (**loi de DIRAC** au point s) ;

(c) la va $\eta = \xi - s$ admet pour lp la **loi binômiale négative** de **paramètre** (1 - p, s) : ie $\eta \sim \mathcal{B}^-(s, 1-p)$.

(iii) Si $A \in \mathcal{T}$ est un **événement** de **probabilité** p = P (A), ξ s'interprète comme le nombre d'**épreuves de BERNOULLI** nécessaires pour obtenir la s-ième occurrence (eg « succès ») de A.