

## LOI DE LA SÉRIE ENTIÈRE (GÉNÉRALISÉE) (C7)

(16 / 12 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

La loi de la série entière généralisée est une **loi discrète** de type exponentiel (cf **loi exponentielle**).

(i) Soit  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  un **espace probabilisé** et  $\xi : \Omega \mapsto \mathbf{R}$  une **vars** dont la **loi** est notée  $P^\xi$ .

On dit que  $P^\xi$  est une **loi de la série entière**, ou une **loi de la série des puissances** (généralisée), ssi il existe une **partie** (au plus) dénombrable  $D$  de  $\mathbf{R}$  tq la **densité** de  $P^\xi$  soit de la forme :

$$(1) \quad f(x) = \mathbf{1}_D(x) \cdot \varphi(a) \cdot \alpha(x) \cdot a^x, \quad \forall x \in \mathbf{R},$$

où  $\varphi : \mathbf{R}_+^* \mapsto \mathbf{R}_+^*$  est une fonction différentiable (cf **différentiabilité**),  $\alpha : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}_+^*$  et  $a \in A$ , avec  $A = \{a > 0 : \sum_{x \in D} f(x) < +\infty\} \in \mathcal{F}(\mathbf{R})$  (intervalles de  $\mathbf{R}$ ).

(ii) Ainsi, sont des lois de la série entière :

(a) la **loi de POISSON**, avec  $D = \mathbf{N}$ ,  $\varphi(a) = e^{-a}$  et  $\alpha(x) = x!$  ;

(b) la **loi binômiale négative**, avec  $f(x) = C_{r+x-1}^{r-1} a^x (1-a)^r$  ;

(c) la **loi logarithmique**, etc.