LOI DE LA VARIANCE GÉNÉRALISÉE (F5)
(16 / 12 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit $(\Omega, \mathcal{T}, P)$ un **espace probabilisé** et $\zeta = (\xi, \eta) : \Omega \mapsto \mathbf{R}^2$ un **couple aléatoire** de **loi** $P^\zeta = \mathcal{N}_2(\mu, \Sigma)$.

On note $Z = (Z_1, ..., Z_N)$ un **échantillon iid** selon P^ζ, avec $Z_n = (X_n, Y_n)$, $\forall n \in N_N^*$, et l'on définit les **échantillons** et **moments empiriques** suivants :

$$X = (X_1, ..., X_N)' \in M_{N1}(\mathbf{R}), \qquad Y = (Y_1, ..., Y_N)' \in M_{N1}(\mathbf{R}),$$

(1) $$S_x^2 = N^{-1} . X' P X, \qquad S_y^2 = N^{-1} . Y' P Y,$$

$$S_{xy} = N^{-1} . X' P Y,$$

où P désigne la (N,N)-**matrice de centrage par rapport à la moyenne** empirique.

On note enfin $S_{zz} = \{S_x^2, S_{xy} / S_{yx}, S_y^2\}$ la (2,2)-matrice définie par les « blocs » précédents, où / désigne un changement de ligne.

On appelle **loi de la variance généralisée** la **lp** de la **vars** égale à la **variance généralisée** $|S_{zz}| = \text{Dét } S_{zz}$.

(ii) On montre que :

(2) $$\mathcal{L}(|S_{zz}|^{1/2} / |\Sigma|^{1/2}) = \mathcal{X}_{N-2}^2$$ (**loi du chi-deux**),

ce qui permet de définir divers tests.