LOI LOGARITHMIQUE (C7)

(13 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ un **espace probabilisé**, $\xi : \Omega \mapsto \mathbf{R}$ une **vars** de **loi** P^ξ et $p \in]0, 1[$.

On dit que P^ξ est une **loi logarithmique**, ou **loi du logarithme**, ou parfois une **loi de R.A. FISHER**, ssi sa **densité** pr à la **mesure de comptage** sur $\mathbf{N}^*$ est de la forme (cf aussi **loi de la série logarithmique**) :

$$(1) \quad f(x) = c_p \cdot x^{-1} \cdot p^x, \quad \forall x \in \mathbf{N}^*,$$

où $c_p = -1 / \text{Log}(1 - p)$ est la « **constante** » de **normalisation** (qui dépend donc de p).

Par suite, P^ξ s'écrit :

$$(2) \quad P^\xi = - \sum_{x \in \mathbf{N}} \{(x + 1) \text{Log}(1 - p)\}^{-1} \cdot p^{x+1} \cdot \delta_x, \quad \forall x \in \mathbf{R},$$

où δ_x désigne la **mesure de DIRAC** placée en x .

Cette loi est parfois notée $\mathcal{L}(p)$.

(ii) Ses propriétés de base se déduisent de sa **fonction génératrice** :

$$(3) \quad g(u) = - (1/u) \text{Log}(1 - pu) / \text{Log}(1 - p), \quad \forall u \text{ tq : } p \cdot |u| < 1.$$

On définit parfois P^ξ avec $\mathbf{N}$ pour **support**, au lieu de $\mathbf{N}^*$.