

LOI POLY-T (LOI POLY-STUDENT) (C7)

(05 / 10 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit $p : \mathbf{R}^K \mapsto \mathbf{R}_+$ une fonction, ou « **noyau** », de la forme :

$$(1) \quad p(x, \mu, A, m) = \{1 + (x - \mu)' A (x - \mu)\}^{-m/2}, \quad \forall x \in \mathbf{R}^K,$$

où $\mu \in \mathbf{R}^K$, $A \in M_K(\mathbf{R})$ est une matrice semi-définie positive (cf **matrice définie positive**) et $m > 0$. Soit $\xi : \Omega \mapsto \mathbf{R}^K$ un **vecteur aléatoire** réel de loi P^ξ .

On dit que P^ξ est une **loi poly-STUDENT**, ou **loi poly-t**, ssi sa **densité** pr à la **mesure de LEBESGUE** λ_K s'écrit :

$$(2) \quad f(x) = c \cdot \prod_{i=1}^I p(x, \mu_i, A_i, m_i), \quad \forall x \in \mathbf{R}^K,$$

où l'on suppose que :

(a) les matrices A_i sont tq $\sum_{i=1}^I A_i$ est définie positive ;

(b) les m_i sont tq $\sum_{i=1}^I m_i > K$.

La **constante** de **normalisation** c dépend de $(m_i)_{i=1,\dots,I}$, de $(A_i)_{i=1,\dots,I}$ et de $(\mu_i)_{i=1,\dots,I}$.

(ii) En particulier, si $I = 1$, on obtient la **loi de STUDENT** multidimensionnelle. Si $\mu_i = \mu_0$ (constante) et $A_i = A_0$ (constante), $\forall i = 1, \dots, I$, on obtient la loi de STUDENT à $\sum_{i=1}^I m_i - K$ **degrés de liberté**.

(iii) La loi poly-t provient notamment de la **théorie bayésienne** appliquée au **modèle de régression linéaire** gaussien (eg tests portant sur l'égalité des moyennes relatives à plusieurs **populations**).