LOI SINGULIÈRE (C6)

(22 / 10 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ un **espace probabilisé** et $\xi : \Omega \mapsto \mathbf{R}^K$ un **vecteur aléatoire** réel de **loi** P^ξ .

On dit parfois que P^ξ est une **loi singulière**, ou une **loi dégénérée**, ou encore une **loi impropre**, ssi elle est portée par une sous-tribu stricte de $\mathcal{B}(\mathbf{R}^K)$ qui est engendrée par un sous-**espace vectoriel** (ou une **partie** d'un tel sous-espace) de dimension $L < K$ (strictement) (cf aussi **loi dégénérée**, **support d'une mesure** ou **support d'une probabilité**).

(ii) On montre que, si P^ξ est dégénérée, elle est portée par tous les plans $(\Pi_a)_{a \in \mathbf{R}^K}$ de $\mathbf{R}^K$ d'équation :

$$(1) \quad a' (x - E \xi) = \sum_{k=1}^K a_k (x_k - E \xi_k) = 0,$$

où $a = (a_1, \dots, a_K)$ parcourt $\mathbf{R}^K$ (ce qui suppose ξ intégrable).

(iii) Une **loi régulière** est une loi qui n'est pas singulière. Pour une telle loi, supposée de dimension K , aucune transformation linéaire (et régulière) de la va ξ ne peut conduire à une loi singulière. De plus, sa **matrice de corrélation** est une **matrice régulière** (ie de plein rang K).