## LOI SOUS-EXPONENTIELLE (C6)

(05 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  un **espace probabilisé** et  $\xi : \Omega \mapsto \mathbf{R}$  une **vars** de **loi**  $P^{\xi}$ . On note F sa **fr** et f =  $dP^{\xi}$  /  $d\lambda_1$  sa **densité** pr à la **mesure de LEBESGUE**.

On dit que  $P^{\xi}$  est une **loi sous-exponentielle** ssi l'équivalence asymptotique suivante :

(1) 1 - F" (x) 
$$\sim_{x \to +\infty} 2 \cdot (1 - f(x))$$

est vérifiée.

(ii) Si l'on pose:

(2) 
$$\psi(x, y) = 1 - \{(1 - F(x + y)) / (1 - F(y))\}, \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2,$$

on dit que  $P^{\xi}$  est une **loi sous-exponentielle à droite** (resp une **loi sous-exponentielle à gauche**) ssi il existe un nombre réel  $b \in \mathbf{R}$  (resp  $a \in \mathbf{R}$ ) tq la première application partielle  $\psi$  (. , b) (resp la seconde application partielle  $\psi$  (a, .)) de  $\psi$  est monotone décroissante lorsque  $y \to +\infty$  (resp lorsque  $y \to -\infty$ ).

Une loi sous-exponentielle (à la fois) à droite et à gauche est dite **loi sous-exponentielle**, ou encore **loi de J.W. TUKEY** : la propriété vérifiée par  $P^{\xi}$  est parfois appelée **propriété de TUKEY**.