MATRICE ANTISYMMÉTRIQUE (A3)

(11 / 06 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) Soit $A \in M_n(\mathbf{K})$ une **matrice** carrée représentative d'une **application linéaire** $f \in \text{End}(E)$, avec $\text{Dim } E = n$ (cf **endomorphisme**).

On dit que A est une **matrice antisymétrique** ssi sa transposée A' est égale à son opposée :

$$(1) \quad A' = -A.$$

(ii) Soit $f \in \text{End}(E)$, avec $\text{Dim } E = n$, une **application linéaire** et A une matrice antisymétrique représentative de f .

On dit que f est une **application antisymétrique**. Par suite, f vérifie :

$$(2) \quad f + f' = 0,$$

où f' désigne l'application transposée de f .

(iii) Toute matrice carrée $M \in M_n(\mathbf{K})$ peut se décomposer en la somme d'une **matrice symétrique** S et d'une matrice antisymétrique A :

$$(3) \quad M = S + A.$$

Il suffit de poser $S = (M + M') / 2$ et $A = (M - M') / 2$.

Cette propriété est aussi valable pour l'application linéaire f associée à M :

$$(4) \quad s = 2^{-1} (f + f'), \quad a = 2^{-1} (f - f').$$