

## MATRICE D'INCIDENCE D'UN PLAN D'EXPÉRIENCE (A3, J3, L3)

(04 / 08 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

De façon générale, la notion de **matrice d'incidence** fait référence à une **structure** particulière interne à un **produit**  $\prod_{j=1}^p E_j$  d'**ensembles**  $E_j$ . Chacun des termes  $m_1, \dots, p$  d'une telle **matrice**  $M$  relie de façon informative (ou significative) certains éléments  $x_i$  appartenant à chacun des ensembles considérés. Une relation simple est souvent tq  $m_1, \dots, p \in \{0, 1\} = N_1$  (cf **fonction indicatrice**, **variable indicatrice**): la valeur 0 signifie que les éléments  $(x_1, \dots, x_p)$  ne sont pas reliés, et la valeur 1 signifie le contraire.

La notion se rencontre notamment en **théorie des graphes** (cf **matrice d'incidence d'un graphe**) ou en matière d'**expérimentation**.

(i) Dans le cas d'un **plan d'expérience**, une matrice d'incidence décrit l'**affectation**, ou l'**imputation**, de traitements à des unités expérimentales regroupées en **blocs** (**plan en blocs**) (cf aussi **schéma d'association**).

(ii) On considère un plan d'expérience comportant  $K$  **traitements**  $k = 1, \dots, K$ ,  $N$  **unités expérimentales**  $n = 1, \dots, N$  et  $B$  blocs  $b = 1, \dots, B$  de tailles respectives  $N_b$  (avec  $\sum_{b=1}^B N_b = N$ ).

On appelle alors :

(a) **matrice de(s) traitement(s) du bloc b** une matrice  $T_b$  tq :

$$(1) \quad t_{bkn} = \begin{cases} 1 & \text{si le traitement } k \text{ est appliqué à l'unité } n, \text{ dans le bloc } b, \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases}$$

où l'on note  $t_{bkn}$  l'élément général de  $T_b \in M_{K, N(b)}(\{0, 1\})$  et où  $N(b)$  désigne  $N_b$ .

Chaque matrice  $T_b$  décrit donc l'**affectation des traitements aux unités** du bloc  $b$  ;

(b) **matrice d'incidence**  $M$  du plan la matrice (exprimée en vecteurs colonnes) :

$$(2) \quad M = [T_1 e_{N(1)}, \dots, T_B e_{N(B)}] \in M_{KB}(\mathbf{N}).$$

Cette matrice indique si les **affectations des traitements aux blocs**.

(iii) La forme (2) se simplifie souvent lorsque  $N_b = N_0, \forall b \in N_B^*$  (blocs de même taille).