

## MATRICE DE MARKOV (A3, B4, C4, N)

(26 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit  $\mathcal{X}$  un **ensemble**, et  $P = (P_{xy})_{(x,y) \in \mathcal{X}^2}$  une **suite** double sur  $\mathbf{R}$  (où  $\mathcal{X}^2$  désigne, par commodité,  $\mathcal{X}^2$ ) (cf **chaîne de MARKOV**).

On dit que  $P$  est une **matrice de A.A. MARKOV**, ou **matrice stochastique**, ou encore **matrice de transition**, ssi :

(a)  $\mathcal{X}$  est un ensemble non vide au plus dénombrable (ensemble des « **états** » possibles de la chaîne, doivent appelé **espace des états**) ;

(b)  $\forall x \in \mathcal{X}$ , l'application partielle :

$$(1) \quad y \in \mathcal{X} \mapsto P_{xy} \in \mathbf{R}$$

est une **mesure de probabilité** sur  $\mathcal{P}(\mathcal{X})$ , ie  $P_{xy} \geq 0$ ,  $\forall (x, y) \in \mathcal{X}^2$ , et  $P_{x\cdot} = \sum_{y \in \mathcal{X}} P_{xy} = 1$ ,  $\forall x \in \mathcal{X}$  (cf **probabilité de transition**).

(ii) En pratique, le plus souvent,  $\mathcal{X} = N_n = \{0, 1, \dots, n\} \subset \mathbf{N}$  ou  $\mathcal{X} = \mathbf{Z}^p$  (avec  $p \in \mathbf{N}^*$ ).

Si  $\mathcal{X} = N_n$ , alors  $P \in M_n(\mathbf{R})$  et vérifie  $P e_n = e_n$ , où  $e_n = (1, \dots, 1)' \in \mathbf{R}^n$  (**premier vecteur bissecteur de  $\mathbf{R}^n$** ) (cf **matrice de transition**).