MATRICE DE TOEPLITZ (A3, C5)
(26 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit $T \in M_n$ (**K**) une **matrice** carrée sur un corps **K** et $\rho : Z_{n-1} \mapsto$ **K** une **application**, avec $Z_{n-1} = \{-(n-1), ..., -1, 0, +1, ..., n-1\}$.

On appelle **matrice de O. TOEPLITZ** une matrice T dont le terme général t_{ij} est de la forme :

(1) $t_{ij} = \rho(i - j), \quad \forall (i, j) \in N_{n-1}^2,$

avec $N_{n-1} = \{0, 1, ..., n-1\}$.

On note parfois $\mathcal{T}_n^\rho$ (**K**) l'ensemble des matrices de TOEPLITZ sur **K**.

(ii) On montre que :

(a) si ρ est une **application injective**, alors Dim $\mathcal{T}_n^\rho$ (**K**) = Card Z_{n-1} = 2 n - 1 ;

(b) si ρ est une fonction symétrique sur Z_{n-1} (ie $\rho(-i) = \rho(i), \forall i \in N_{n-1}$), alors :

(2) $T \in \mathcal{T}_n^\rho$ (**K**) $\Rightarrow$ $T \in S_n$ (**K**) (**matrice symétrique**, ie T' = T).

(iii) La notion s'utilise souvent en **calcul des probabilités** et en **Statistique**. Ainsi :

(a) la **matrice de covariance** (d'un **vecteur aléatoire**) est une matrice de TOEPLITZ symétrique ;

(b) le **modèle avec autocorrélation temporelle** possède une **matrice de dispersion** de type TOEPLITZ.