MATRICE DE COMBINAISON LINÉAIRE (A3)
(18 / 12 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit I_N la **matrice unité** d'ordre N et C (β) la (N,N)-**matrice** dont les colonnes $C(\beta)^j$ sont toutes nulles, sauf la colonne d'indice β qui vérifie :

$$(1) \qquad \begin{cases} c_{\alpha\beta}(\beta) = 0 & \text{si } \beta = \alpha, \\ c_{\alpha\beta}(\beta) \neq 0 & \text{si } \alpha \in N_N^* \setminus \{\beta\}. \end{cases}$$

On appelle alors **matrice de combinaison linéaire** la matrice :

$$(2) \qquad \Gamma(\beta) = I_N + C(\beta).$$

Cette matrice s'explicite selon :

$$(3) \qquad \Gamma(\beta) = \{(1\ 0\ ...\ 0\ c_{1\beta}(\beta)\ 0\ ...\ 0)\ ///\ (0\ ...\ 0\ c_{N\beta}(\beta)\ 0\ ...\ 1)\}.$$

ie :

$$\Gamma(\beta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & c_{1\beta}(\beta) & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & \cdots & \vdots & \cdots & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & & \cdots & \cdots & \vdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & & \cdots & \cdots & \vdots & \cdots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & c_{N\beta}(\beta) & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(ii) Une telle matrice est une **matrice régulière**, ie $\Gamma(\beta) = R_N$ (**R**), et son inverse (ordinaire) est simplement (cf **matrice inverse**) :

$$(4) \qquad \{\Gamma(\beta)\}^{-1} = I_N - C(\beta).$$