

MATRICE DE PERMUTATION (A3)

(12 / 06 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) Soit $M_n(\mathbf{K})$ un espace de matrices carrées sur un corps commutatif $\mathbf{K}$.

On appelle **matrice de permutation**, ou parfois **matrice de substitution**, une **matrice** $P = (p_{ij})_{(i,j)} \in M_n(\mathbf{K})$ tq :

$$(1) \quad p_{ij} = \delta_{i, \sigma(j)},$$

où $\delta_{\alpha\beta}$ est le **symbole de KRONECKER** et $\sigma \in \sigma_n$ une permutation donnée sur $N_n^* = \{1, \dots, n\}$.

(ii) On montre que toute matrice de permutation P est à la fois une **matrice régulière** et une **matrice orthogonale**, avec :

$$(2) \quad P^{-1} = P' \quad (\text{transposée de } P).$$

(iii) On appelle **matrice de transposition** une matrice de permutation particulière dans laquelle σ est une transposition donnée portant sur deux **indices** i et j (ie $\sigma(i) = j$, $\sigma(j) = i$ et $\sigma(\alpha) = \alpha$, $\forall \alpha \notin \{i, j\}$).