MATRICE INVERSE (A3)
(26 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

On peut définir l'**opération d'inversion** d'une matrice de plusieurs façons (cf aussi **inverse**).

(i) Soit $A \in M_n$ (**K**) une **matrice** carrée sur un corps **K**.

On dit que A admet une **(matrice) inverse (ordinaire)** ssi il existe une matrice $M^{-1} \in M_n$ (**K**) tq :

(1) $M M^{-1} = M^{-1} M = I_n$,

où I_n désigne la matrice unité.

On montre que, pour qu'une telle matrice existe, il faut et il suffit que Dét $A \neq 0$ (cf **déterminant**), ou encore que rg A = n (cf **rang**), ou encore que l'ensemble S (A, b) des solutions du **système linéaire** A x = b ait un élément unique, appelé **« solution » du système**.

Une matrice qui admet une inverse est appelée **matrice régulière** ou **matrice inversible**. On note R_n (**K**) l'ensemble des matrices régulières.

(ii) La notion de matrice inverse a été étendue au cas où les matrices A considérées ne sont pas régulières (ie rg $A < n$), ainsi qu'au cas où elles ne sont pas carrées (ie $A \in M_{mn}$ (**K**), avec $m \neq n$).

On peut citer, selon la nature et le nombre des hypothèses qui les définissent, les notions suivantes :

(a) **matrice inverse conditionnelle** ou **matrice inverse généralisée** (inverse la plus simple : **1 condition** de définition, absence de propriété d'unicité) ;

(b) **matrice inverse des moindres carrés** (**2 conditions** de définition, absence de propriété d'unicité) ;

(c) **matrice pseudo-inverse** (ou **inverse de MOORE-PENROSE**) (**4 conditions** de définition, existence d'une propriété d'unicité).

(iii) Si $A = (a_{ij})_{(i,\ j)} \in M_n$ (**K**) est une matrice carrée donnée, son inverse (ordinaire) est parfois notée $A^{-1} = (a^{ij})_{(i,\ j)} \in M_n$ (**K**) (notation de type tensoriel).

Des notations spécifiques sont utilisées pour les autres types d'inverses (notamment A^c, A^l, A^g ou A^-, et A^+). Ces notations ne sont pas toujours uniformes.