**MATRICE INVERSE DES MOINDRES CARRÉS (A3, H3)**
(26 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

La notion de **matrice inverse des moindres carrés** est « intermédiaire » entre celle de **matrice inverse conditionnelle** et celle de **matrice inverse généralisée**.

Ses propriétés de base sont indiquées, car ce type d'algèbre est peu répandu.

(i) Soit $A \in M_{mn}$ (**R**) une **matrice** sur le corps **R** des nombres réels et le **système d'équations linéaires** défini par :

(1) $A\, x = b$.

On note $S(A, b) = \{x \in \mathbf{R}^n : A\,x = b\}$ l'ensemble des solutions de (1).

Si $S(A, b) \neq 0$, on appelle **(matrice) inverse des moindres carrés** de A toute (n,m)-matrice $A^l \in M_{nm}$ (**R**) tq :

$$(2) \quad \begin{cases} A\,A^l \in S_m(\mathbf{R}) & \text{(matrice symétrique)}, \\ A\,A^l\,A = A & \text{(ie } A^l \text{ est une matrice inverse conditionnelle de A).} \end{cases}$$

On note $f^{\,l}$ l'**application linéaire** associée à $A^l$ dans les **bases canoniques** de $\mathbf{R}^m$ et $\mathbf{R}^n$, et $\mathscr{M}(A)$ l'ensemble des **matrices inverses des moindres carrés** de A.

(ii) On montre que :

(a) $A^l \in M_{nm}$ (**R**) ;

(b) Card $\mathscr{M}(A) \geq 1$ ;

(c) $\mathscr{M}(A) \subset \mathscr{C}(A)$ (inverses conditionnelles de A) et $\mathscr{M}(A) \subset \mathscr{G}(A)$ (inverses généralisées de A).