MATRICE SINGULIÈRE (A3, J)
(26 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Une **matrice singulière** est une matrice qui n'est pas une **matrice régulière**.

(ii) A titre d'exemple, soit $y = X\,b + u$, avec $E\,u = 0$ et $V\,u = \Sigma$, un **modèle de régression linéaire** écrit dans l'**espace des observations** :

(a) si X est singulière et si $V\,u = \sigma^2 \,.\, I_N$ (**matrice scalaire**), l'**estimateur des moindres carrés ordinaires** $b^\wedge$ de b ne peut pas être calculé à l'aide des **équations normales** usuelles $X'\,X\,b^\wedge = X'\,y$, car il existe une infinité de solutions, de la forme :

(1) $$b^\wedge(A, z) = A^- X'\,y + (I_K - G\,X'\,X)\,z,$$

où A^- désigne une **matrice inverse généralisée** quelconque de $A = X'\,X$ et où $z \in \mathbf{R}^K$ est un vecteur arbitraire. En général (cf eg **modèle d'analyse de la variance**), on impose une **contrainte** sur b en sorte que $b^\wedge(A, z)$ soit unique (cf **contrainte sur les paramètres**) ;

(b) si Σ est singulière, l'**estimateur des moindres carrés généralisés** $b_g^\sim$ de b ne peut pas être calculé à l'aide des équations normales généralisées $X'\,\Sigma^{-1}\,X\,b = X'\,\Sigma^{-1}\,y$. On utilise les équations normales suivantes :

(2) $$X'\,\Sigma^-\,X\,b^\sim = X'\,\Sigma^-\,y,$$

où Σ^- désigne une matrice inverse généralisée ou une **matrice inverse conditionnelle** de Σ (ie une matrice tq $\Sigma\,\Sigma^-\,\Sigma = \Sigma$).