MESURE COMPLEXE (A5)
(25 / 10 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit ($\mathscr{X}$, $\mathscr{B}$) un **espace mesurable**.

On appelle **mesure complexe** (abstraite) (sur $\mathscr{B}$) toute **application** $\mu : \mathscr{B} \mapsto \mathbf{C}$ tq :

(a) $\mu(\emptyset) = 0$;

(b) si $(B_n)_{n \in \mathbf{N}}$ est une suite d'éléments disjoints de $\mathscr{B}$ (ie $\beta \neq \alpha \Rightarrow B_\beta \cap B_\alpha = \emptyset$), on a $\Sigma_{n \in \mathbf{N}} \; \mu(B_n) < +\infty$ (série convergente) et μ vérifie la **propriété de σ-additivité** (cf **additivité**) :

(1) $\mu(\cup_{n \in \mathbf{N}} B_n) = \Sigma_{n \in \mathbf{N}} \; \mu(B_n)$.

(ii) Toute mesure complexe μ peut se décomposer selon :

(2) $\mu = \text{Ré}\,\mu + i \, . \, \text{Im}\,\mu = \mu_1 + i \, . \, \mu_2$,

où μ_1 (resp μ_2) est une **mesure réelle** (et aussi une **mesure signée**) appelée **partie réelle** (resp **partie imaginaire**) de μ.