MESURE CONCENTRÉE A5)
(12 / 09 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Cette notion de **concentration** se relie à celle de **support d'une mesure** (cf aussi **mesure absolument continue**).

(i) Soit ($\mathscr{X}$, $\mathscr{B}$) un **espace mesurable** et μ une **mesure abstraite** définie sur $\mathscr{B}$.

On dit que μ est une **mesure concentrée sur**, ou une **mesure portée par**, S $\in$ $\mathscr{P}(\mathscr{X})$, ou encore que **S porte la mesure** μ, ssi :

(1) $\mu(B) = \mu(S \cap B), \qquad \forall B \in \mathscr{B}$.

(ii) Le **théorème de H. HAHN** établit que, $\forall \mu \in \mathscr{M}(\mathscr{X}, \mathscr{B}, \mathbf{R})$ (**treillis** des mesures réelles), il existe une partie S $\in \mathscr{B}$ tq S porte μ^+ (**partie positive** de μ) et S^c porte μ^- (partie négative de μ) (cf **théorème de HAHN-JORDAN**).

(iii) Soit ($\mathscr{X}$, $\mathscr{O}$) un **espace localement compact**.

On montre qu'une **mesure de RADON** positive μ sur $\mathscr{X}$ est une **mesure concentrée sur**, ou une **mesure portée par**, S ssi S^c est localement μ-négligeable (cf **partie négligeable**), ie ssi :

(a) S est μ-mesurable ;

(b) $\mu = \mathbf{1}_S \cdot \mu$.

Si $\mu = f \cdot \nu$ est une **mesure de base** ν (ie une mesure de **densité** f pr à ν) et si ν est concentrée sur S, alors μ est concentrée sur S.