MESURE DE BOREL (A4, A5)
(26 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit ($\mathscr{X}$, $\mathscr{O}$) un **espace séparé**, $\mathscr{B}$ sa **tribu borélienne** et $\mathscr{K}$ la classe de ses **parties compactes**.

On appelle **mesure de F.E.J.E. BOREL**, ou **mesure borélienne**, (régulière) sur $\mathscr{X}$ une mesure μ définie sur $\mathscr{B}$ tq :

$$\mu\,(K) < +\infty, \quad \forall\, K \in \mathscr{K},$$

(1) $$\mu\,(B) = \inf_{U \in \mathscr{O},\, B \subset U} \mu\,(U), \qquad \forall\, B \in \mathscr{B},$$

$$\mu\,(B) = \sup_{K \in \mathscr{K},\, K \subset B} \mu\,(K), \qquad \forall\, B \in \mathscr{B}.$$

(ii) On montre que, si $\mathscr{X}$ est u **espace localement compact** et à base dénombrable, alors toute mesure sur $\mathscr{X}$, finie sur les compacts $K \in \mathscr{K}$, est une mesure de BOREL régulière sur $\mathscr{X}$.

(iii) On définit ainsi la **mesure de BOREL**, ou **mesure borélienne**, sur $\mathscr{X} = \mathbf{R}^n$ ou sur $\mathscr{X} = \mathbf{C}^n$.