MESURE DE WIENER (A5, N12)
(27 / 09 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) Soit $(\Omega, \mathcal{T}, P)$ un **espace probabilisé**, $(E, \mathcal{A}, \mu)$ un **espace mesuré**, $\mathcal{A}(\mu) = \{A \in \mathcal{A} : \mu(A) < +\infty\}$ l'ensemble des **parties mesurables** de μ-mesure finie et **K** = **R** (ou **C**).

On appelle **mesure de N. WIENER** définie sur $(E, \mathcal{A}, \mu)$ (ou sur $\mathcal{A}$) et basée sur $(\Omega, \mathcal{T}, P)$ une application $w : \mathcal{A}(\mu) \mapsto L_{\mathbf{K}}^2(\Omega, \mathcal{T}, P)$ tq, à la fois :

$$(1) \quad \begin{cases} (A, B) \in (\mathcal{A}(\mu))^2 \text{ et } A \cap B = \varnothing \Rightarrow \begin{cases} w(A \cup B) = w(A) + w(B), \\ E\, w(A)\, \overline{w}(B) = 0, \end{cases} \\ A \in \mathcal{A}(\mu) \Rightarrow E\,|w(A)|^2 = \mu(A), \end{cases}$$

où $\overline{w}(C)$ dénote le conjugué de $w(C)$.

(ii) Lorsque **K** = **R** (resp **K** = **C**) on dit que w est une **mesure de WIENER réelle** (resp **complexe**).

(iii) On montre qu'à toute mesure de WIENER w on peut associer une **intégrale de WIENER** (unique) W tq :

$$(2) \qquad W(\mathbf{1}_A) = w(A), \qquad \forall A \in \mathcal{A}(\mu).$$

On note la valeur W (f) de cette intégrale en f selon $\int f\, dw$ ou encore $\int f(x)\, dw(x)$.