MESURE DE COMPTAGE (A5)
(25 / 10 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

La notion intuitive de **mesure de comptage** intervient dans divers contextes : dénombrements divers (cf **variable de comptage**), **théorie des probabilités**, **théorie des processus** (cf **processus de comptage**).

(i) Soit **N** l'**ensemble** des entiers naturels et $\mathscr{P}$(**N**) la **tribu** (discrète) constituée de toutes ses **parties**.

On appelle **mesure de comptage**, ou **mesure de dénombrement**, (de **N**) la mesure ν définie par :

(1) $\nu(\{n\}) = 1, \quad \forall\, n \in \mathbf{N},$

ie par :

(2) $\nu = \Sigma_{n \in \mathbf{N}}\ \delta_n\ ,$

où δ_n est la **mesure de DIRAC** placée au point $n \in \mathbf{N}$.

Ainsi, pour toute partie $E \subset \mathbf{N}$, $\nu(E) = \Sigma_{n \in \mathbf{N}}\ \delta_n(E)$ = # E ou Card E, où les symboles # E et Card E désignent le **cardinal** de E, ie le **nombre** (fini, ou infini dénombrable) de ses éléments.

(ii) Plus généralement, soit $\mathscr{X}$ un ensemble au plus dénombrable et $(\mathscr{X}, \mathscr{P}(\mathscr{X}))$ l'**espace mesurable** canoniquement associé à $\mathscr{X}$. On pose :

(3) $\nu(B) = \text{Card } B, \quad \forall\, B \in \mathscr{P}(\mathscr{X}).$

On appelle **mesure de comptage**, ou **mesure-dénombrement**, sur $\mathscr{X}$ la **mesure positive** ν ainsi définie sur $\mathscr{P}(\mathscr{X})$.

Si l'on associe un indice $n \in \mathbf{N}$ (ou $n \in \mathbf{Z}$, ou encore $n \in \mathbf{Q}$) à chaque élément de $\mathscr{X}$, alors noté x_n , on obtient la **représentation de base d'une mesure de comptage** :

(4) $\nu = \Sigma_{n \in \mathbf{N}}\ \delta_{x(n)}\ ,$

où x(n) désigne x_n et où δ_x est la **mesure de DIRAC** placée en un point $x \in \mathscr{X}$.