MESURE DE PLAN (L)
(05 / 10 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

On associe souvent à un **plan d'expérience** une mesure de probabilité particulière, appelée **mesure de plan**.

(i) Soit $(\Omega, \mathcal{T}, P)$ un **espace probabilisé**, $(\mathcal{X}, \mathcal{B})$ et $(\mathcal{Y}, \mathcal{C})$ des **espaces mesurables** (eg des **espaces d'observation**) et $(\xi, \eta) : \Omega \mapsto \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$ un **couple aléatoire**.

Dans ce cadre, on suppose définie une notion de **régression** et l'on note :

(1) $\eta = f(\xi) + \varepsilon$

un **modèle de régression** ou un **modèle d'analyse de la variance** associé à un plan d'expérience donné.

On appelle alors **mesure de plan** toute **mesure de probabilité** Π définie sur $\mathcal{B}$.

(ii) Ainsi, dans le cas d'un **modèle linéaire** standard :

(2) $y = X b + u$, avec $E u / X = 0$ et $V u / X = \Sigma$,

où $X \in M_{NK}(\mathbf{R})$ est une (N,K)-**matrice** réelle, représentant une **disposition** de N observations relatives à K variables exogènes $\xi = (\xi_1, ..., \xi_K)$, une **mesure de plan** Π est une mesure de probabilité définie sur des parties adéquates de $M_{NK}(\mathbf{R})$ (cf **randomisation**, **schéma d'association**).

On peut associer Π à la distribution « empirique » de X, laquelle est définie selon (cf **loi empirique**) :

(3) $P_N^{\xi}(B) = N^{-1} \Sigma_{n=1}^{N} \mathbf{1}_B(X_n), \quad \forall B \in \mathcal{B}(\mathbf{R}^K)$,

où X_n désigne la n-ième ligne de X.

Une mesure de plan est donc, le plus souvent, une **mesure discrète** qui résulte de considérations combinatoires (eg lorsqu'on associe des **traitements** à des **unités expérimentales**).

(iii) Un des objets de la **théorie des plans d'expérience** consiste à déterminer des mesures de plan qui soient optimales (cf **optimalité**).

La notion précédente intervient eg dans l'étude des **surfaces de réponse** : la recherche d'une surface optimale passe par le choix d'une telle mesure.