

## MESURE RÉELLE (A5)

(13 / 06 / 2019)

(i) Soit  $(E, \mathcal{A})$  un **espace mesurable**.

On appelle **mesure réelle**, ou parfois **mesure signée**, sur  $(E, \mathcal{A})$  toute application  $\mu : A \mapsto \mathbf{R}$  tq :

$$(a) \mu(\emptyset) = 0 ;$$

(b) pour toute suite disjointe  $(A_n)_{n \in \mathbf{N}}$  d' « **événements** » (éléments de  $\mathcal{A}$ ), la série  $\sum_{n \in \mathbf{N}} \mu(A_n) < \infty$  est convergente et vérifie, de plus :

$$(1) \quad \mu\left(\bigcup_{n \in \mathbf{N}} A_n\right) = \sum_{n \in \mathbf{N}} \mu(A_n).$$

(ii) Une mesure réelle est une **mesure finie**, ie :

$$(2) \quad \sup_{A \in \mathcal{A}} |\mu(A)| < +\infty.$$