MESURE STOCHASTIQUE (A5, N)
(25 / 10 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit $(\Omega, \mathcal{T})$ un **espace probabilisable** et $(E, \mathcal{A})$ un **espace mesurable**.

On appelle **mesure stochastique** (abstraite, positive, réelle) sur E (ou sur $\mathcal{A}$) une **application** $\mu : \Omega \times \mathcal{A} \mapsto \mathbf{R}_+$ tq (cf **noyau stochastique**) :

(a) $\forall\ \omega \in \Omega$, $\mu(\omega, .)$ est une **mesure abstraite** (positive, réelle) sur E (ou sur $\mathcal{A}$) ;

(b) $\forall\ A \in \mathcal{A}$, $\mu(., A)$ est une application $(\mathcal{T}, \mathcal{B}(\mathbf{R}_+))$-mesurable, ie une **vars** positive.

Autrement dit, μ est une mesure sur E (ie définie sur $\mathcal{A}$) qui dépend d'un « **paramètre** » **aléatoire**.

(ii) Si P est une **mesure de probabilité** définie sur $\mathcal{T}$, alors μ possède une **lp**, notée $\mu(P)$ ou P^{μ}, définie de façon usuelle par :

(1) $P^{\mu}(B) = P(\mu_{\omega}^{-1}(B)), \quad \forall\ B \in \mathcal{B}(\mathbf{R}_+), \quad \forall\ \omega \in \Omega,$

où μ_{ω}^{-1} désigne l'inverse de la seconde application partielle de μ évaluée au point ω, ie définie par $\mu_{\omega} : B \mapsto \mu(\omega, B)$.

(iii) Si μ est une **mesure de RADON**, on définit la notion de mesure aléatoire de façon analogue, comme **forme linéaire** aléatoire sur un espace de fonctions ad hoc.

(iv) La notion de mesure stochastique intervient notamment en **calcul des probabilités** (**lois de probabilité** elles-mêmes aléatoires), dans le cadre bayésien (cf eg **probabilité de transition**) et en **théorie des processus** (eg **intégrale stochastique**).