

MÉTHODE DE RAO (C2, E2)

(16 / 12 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit $X = (X_n)_{n \in \mathbf{N}}$ une **suite** (eg un **processus** en temps discret) constituée de **vecteurs aléatoires** $X_n : \Omega \mapsto \mathbf{R}^K$, $\alpha \in \mathbf{R}^K$ un vecteur réel et $\Sigma \geq 0$ une **matrice de dispersion** (**matrice définie positive**) tq (cf **convergence en loi**) :

$$(1) \quad \mathcal{L}(n^{1/2} (X_n - \alpha)) \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \mathcal{N}_K(0, \Sigma)$$

(loi normale multidimensionnelle centrée).

Etant donné une **application mesurable** $f : \mathbf{R}^K \mapsto \mathbf{R}^L$, de classe C^1 au point α , et dont une **dérivée partielle** (au moins) est non nulle en ce point, on pose :

$$(2) \quad Y_n = f(X_n), \quad \forall n \in \mathbf{N}.$$

(ii) On montre alors que :

$$(3) \quad \mathcal{L}\{n^{1/2} (Y_n - f(\alpha))\} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \mathcal{N}_L(0, D \Sigma D'),$$

où $D = (d_{lk})_{(l,k)}$ est la (L,K) -**matrice jacobienne** de f au point α (ie $d_{lk} = \partial f / \partial x_{lk}$, $\forall (l, k) \in \mathbf{N}_L^* \times \mathbf{N}_K^*$).

La propriété (3), basée sur les développements de TAYLOR d'ordre 1 des fonctions coordonnées de f (cf **formule de TAYLOR stochastique**), permet d'établir la **normalité asymptotique** de la suite $Y = (Y_n)_{n \in \mathbf{N}}$ à partir de celle de X .