MÉTHODE DES DOUBLES MOINDRES CARRÉS (H, J1)
(14 / 10 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

La **méthode des doubles moindres carrés** est utilisée pour estimer une équation suridentifiée (ou juste identifiée) d'un **modèle d'interdépendance** standard (cf **conditions d'identification**, **identifiabilité**, **identification**, **modèle sur-identifié**).

(i) Soit :

(1) $B\,\eta + C\,\xi = \varepsilon$, avec $E\,\varepsilon = 0$, $V\,\varepsilon = \Sigma$,

un **modèle d'interdépendance linéaire** sous forme standard, ie tq Dét $B \neq 0$ et $b_{gg} = 1$, $\forall\, g \in N_G{}^*$ (**règle de normalisation**). L'équation (1) est exprimée dans $\mathbf{R}^K \times \mathbf{R}^G$, **espace des variables** (ξ, η).

On suppose que (1) est un **modèle sur-identifié**. Pour l'estimer, ie pour estimer (B, C) à partir de l'**espace des observations** $X \in M_{NK}(\mathbf{R})$ de ξ et $Y \in M_{NG}(\mathbf{R})$ de η, on note au préalable la g-ième équation selon :

(2) $\eta_g = \eta\,(g)'\,b_g + \xi\,(g)'\,c_g + \varepsilon_g$, $\forall\, g \in N_G{}^*$,

où $\eta\,(g)$ est le vecteur des **variables endogènes** (autres que η_g) effectivement présentes dans la g-ième équation et $\xi\,(g)$ celui des **variables exogènes** effectivement présentes dans cette même équation.

L'équation « observée » correspondante s'écrit alors :

(3) $y_g = Y_g\,b_g + X_g\,c_g + u_g$.

(ii) La **méthode des doubles moindres carrés** (**dmc**, ou **2mc**) consiste à estimer (B, C) en deux étapes :

(a) estimation du modèle :

(4) $\eta_g = \xi'\,d_g + \varphi_g$, avec $E\,\varphi_g = 0$, $\forall\, g \in N_G{}^*$,

par la **méthode des moindres carrés**. Compte tenu des observations y_g (à valeurs dans $\mathbf{R}^N$) de η_g et $X\,(\in)\,M_{NK}(\mathbf{R})$ de ξ, on estime ainsi l'équation :

(5) $y_g = X\,d_g + w_g$, avec $E\,w_g = 0$, $\forall\, g \in N_G{}^*$.

D'où l'estimateur $d_g{}^{\wedge}$ de d_g et la valeur $y_g{}^{\wedge} = X\,d_g{}^{\wedge}$ estimée pour y_g . On note $Y^{\wedge}$ la « prévision » de Y ainsi obtenue ;

(b) estimation consécutive des G modèles :

(6) $y_g = Y_g{}^{\wedge}\,b_g + X_g\,c_g + u_g$, avec $E\,u_g = 0$, $\forall\, g \in N_G{}^*$.

L'estimateur ($b_g^{\wedge}$, $c_g^{\wedge}$) obtenu est appelé **estimateur des doubles moindres carrés** (dmc) de (b_g , c_g).

(iii) Lorsque l'équation d'**indice** g est juste identifiée, on montre que l'estimateur des dmc est identique à l'estimateur des moindres carrés indirects (cf **méthode des moindres carrés indirects**).

(iv) La méthode précédente est une **méthode à information limitée**. Pour estimer l'ensemble du modèle, ie (B, C), les **méthodes à information complète** sont plus « efficaces » : eg **méthode des moindres carrés**, méthode du maximum de vraisemblance à information complète, **méthode des triples moindres carrés**.