MÉTHODE DE(S) MOINDRES CARRÉS (H3)
(24 / 10 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

De façon générale, une **méthode de(s) moindres carrés** est une méthode d'**estimation** statistique par **optimisation** (en fait, minimisation) d'une **distance** euclidienne entre un point (aléatoire) donné y et un point (aléatoire ou non) z susceptible de parcourir un ensemble donné (cf **espace euclidien**).

Le principe de la méthode remonte notamment à C.F. GAUSS, en relation avec la **loi normale**, parfois appelée loi des **erreurs** d'observation.

(i) Soit (E, d_Q) un **espace euclidien** dont la **métrique** d_Q admet une **matrice** associée Q, ie :

$$(1) \qquad d_Q^2 (y_1 , y_2) = (y_1 - y_2)' Q (y_1 - y_2), \qquad \forall (y_1 , y_2) \in E^2.$$

Etant donné un point $y \in E$ et une **partie** non vide (eg une variété affine) $\mathcal{V} \subset E$, la **méthode des moindres carrés** consiste à résoudre le problème de **programmation mathématique** suivant :

$$(2) \qquad \min_{z \in \mathcal{V}} d_Q^2 (y, z).$$

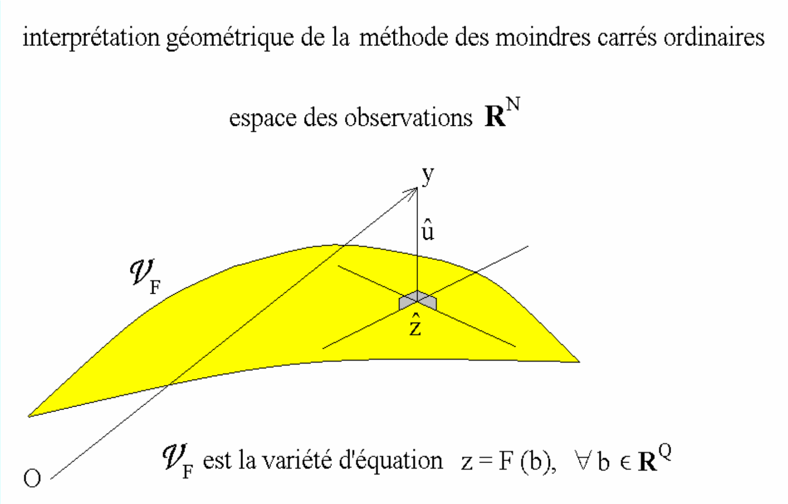
La solution de (2) est notée eg $b^\wedge$ ou parfois β.

(ii) Lorsque $E = \mathbf{R}^N$, on définit ainsi :

(a) la **méthode des moindres carrés ordinaires** lorsque $Q^{-1} = \sigma^2 . I_N$. C'est cette dernière méthode qui est, par défaut, sous-entendue dans l'expression « rapide » de **méthode des moindres carrés** ;

(b) la **méthode des moindres carrés généralisés** lorsque Q est une **matrice définie positive** quelconque.

Si $\mathcal{V}$ est une variété linéaire (sous-**espace vectoriel**) (ou une **variété affine**) de E (noté $\mathcal{V} \triangleleft E$), on parle de **méthode des moindres carrés linéaires**. Si $\mathcal{V}$ est quelconque, on parle alors, par distinction, de **méthode des moindres carrés non linéaires** (cf schéma ci-après).



Lorsque z dépend d'un « **paramètre** » b, selon z = F (b), la solution $y^{\wedge}$ de (2) induit une valeur (en général aléatoire) $b^{\wedge}$ de b tq $y^{\wedge} = F(b^{\wedge})$.