MÉTHODE DES MOINDRES CARRÉS QUASI-GÉNÉRALISÉS (H3, J1)
(01 / 09 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

La **méthode des moindres carrés quasi-généralisés** est une méthode d'**estimation** qui est une adaptation de la **méthode des moindres carrés généralisés** au cas où la **matrice de dispersion** Σ du vecteur de **perturbation** u n'est pas connue (**paramètre importun**).

(i) On suppose ainsi que $\Sigma = \sigma^2\ \Omega$ dépend de σ^2 et aussi de $L < N - K$ paramètres indépendants $\lambda = (\lambda_1, ..., \lambda_L)'$, soit $\Omega = \Phi(\lambda)$, où $\Phi : \mathbf{R}^L \mapsto M_N(\mathbf{R})$ est une fonction matricielle dont la forme analytique est supposée connue.

Le modèle étudié est donc (dans l'**espace des états** (X, y)) :

(1) $\quad y = X\,b + u, \qquad$ avec $E\,u = 0,\ V\,u = \sigma^2 . \Phi(\lambda)$.

La **méthode des moindres carrés quasi-généralisés** procède en deux étapes :

(a) estimation de λ à l'aide des **résidus** $u_n^{\wedge}$ des moindres carrés ordinaires appliqués au modèle (1) (dans lequel $\Omega = I_N$) (cf **méthode des moindres carrés ordinaires**). On note $\lambda^{\wedge}$ l'estimateur de λ obtenu ;

(b) estimation de (b, σ^2) en remplaçant Ω par $\Omega^{\wedge} = \Phi(\lambda^{\wedge})$ dans les formules résultant de la **méthode des mcg**, ie :

$$(2)\quad \begin{aligned} b_q^{\wedge} &= \{X' (\Omega^{\wedge})^{-1} X\}^{-1} X' (\Omega^{\wedge})^{-1} y, \\ (\sigma^2)_q^{\wedge} &= (u^{\wedge})' (\Omega^{\wedge})^{-1} u^{\wedge} / (N - K), \quad \text{avec } u_q^{\wedge} = y - X\,b_q^{\wedge}, \end{aligned}$$

où $\Omega^{\wedge}$ est supposée être une **matrice définie positive**.

(ii) En général, $E\,b_q^{\wedge} \neq b$ (estimateur biaisé) (cf **biais**). Cependant, si $\Omega^{\wedge}$ est une fonction paire de u et si la **loi** $\mathscr{L}(u)$ de u est une **loi absolument continue** ainsi qu'une **loi symétrique** (pr à 0), alors (N.C. KAKWANI) $E\,b_q^{\wedge} = b$.

Sous certaines **conditions de régularité**, on établit :

(a) la **convergence en probabilité** (si $\text{plim}_N\,\lambda^{\wedge} = \lambda$) :

(3) $\quad \text{plim}_N\,(b_q^{\wedge} - b) = 0$;

(b) la **convergence en loi** :

(4) $\quad \mathscr{L}(N^{1/2}\,(b_q^{\wedge} - b)) \rightarrow_{N \rightarrow +\infty} \mathscr{N}_K(0, \Xi)$,

avec :

(5) $\Xi = \sigma^2 \,.\, \mathrm{plim}_N \{X' \Omega^{-1} X / N\}^{-1}$

(limite simple si X est certaine) (cf **convergence simple**).

Les **tests** usuels effectués sur le modèle linéaire sont donc asymptotiques. On remplace notamment Ξ par :

(6) $\Xi_q^{\wedge} = (\sigma^2)_q^{\wedge} \,.\, \{N^{-1} \,.\, X' (\Omega^{\wedge})^{-1} X\}^{-1}$

dans les formules {(4),(5)} précédentes.