MÉTHODE DES MOINDRES ÉCARTS ABSOLUS (H3, J1)
(24 / 10 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

La **méthode des moindres écarts absolus** est une méthode d'**estimation** robuste qui permet de se prémunir contre une trop forte influence des observations aberrantes sur la valeur d'un **estimateur** (cf **aberration**, **courbe d'influence**, **robustesse**), eg celui d'une **régression**.

(i) Soit un **modèle de régression** non linéaire (cf **régression non linéaire**) :

(1) $\eta = f(\xi, b) + \varepsilon$,

dans lequel f : $\mathbf{R}^K \times \mathbf{R}^Q \mapsto \mathbf{R}$ est une fonction donnée (ie connue).

On note y le vecteur des N réalisations de η, X la (N,K)-**matrice des observations** X_n de ξ et l'on pose u = y - F (b) (**perturbation aléatoire** vectorielle), où F : $\mathbf{R}^Q \mapsto \mathbf{R}^N$ ne dépend que de X.

On appelle alors **estimateur des moindres écarts absolus** de b la solution $b_N^{\#}$, supposée unique, du problème de **programmation mathématique** suivant :

(2) $\min_{b \in \mathbf{R}Q} ||u||_1$,

où $||u||_1 = \Sigma_{n=1}^N |u_n| = \Sigma_{n=1}^N |y_n - f(X_n, b)|$ (norme dans l^1) et où **R**Q désigne (par commodité) $\mathbf{R}^Q$.

(ii) Lorsque les observations (y, X) de (η, ξ) forment une **suite iid**, l'estimateur $b_N^{\#}$ de b est aussi l'**estimateur du maximum de vraisemblance** laplacienne. En effet, si $\varepsilon \sim \mathscr{L}(0, \beta)$ (« première » **loi de LAPLACE**), avec $\beta > 0$, la **vraisemblance** associée au **vecteur aléatoire** u s'écrit :

(3) $L_u(b, \beta) = (2\beta)^{-N} . \exp\{- ||u||_1 / \beta\}$,

et celle de y = F (b) + u est donnée par :

(4) $L_y(b, \beta) = (2\beta)^{-N} . \exp(- ||y - F(b)||_1 / \beta)$.

Donc, maximiser L_y pr à b équivaut à minimiser $||u||_1$ pr à b.

(iii) La méthode des moindres écarts absolus est une **méthode de moindre norme** particulière.

Dans (2), chaque composante $|y_n - f(X_n, b)|$ intervient ici sous forme de puissance d'exposant 1, au lieu de 2 dans la **méthode des moindres carrés**.