MÉTHODE DES MOMENTS GÉNÉRALISÉS (H, I, J)
(12 / 04 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) Soit X un N-**échantillon** constitué de **vecteurs aléatoires** X_n à valeurs dans $\mathbf{R}^K$ ($K \geq 1$), $\Theta \in \mathcal{O}(\mathbf{R}^Q)$ ($Q \geq 1$) l'**ensemble** des valeurs d'un **paramètre** θ, $L \geq Q$ un nombre entier et $g : \mathbf{R}^K \times \Theta \mapsto \mathbf{R}^L$ une fonction vectorielle mesurable.

On pose :

(1) $G_n(\theta) = g(X_n, \theta), \quad \forall n \in N_N^*,$

et :

(2) $G(\theta) = \Sigma_{n=1}^N G_n(\theta), \quad \forall N \in \mathbf{N}^*, \forall \theta \in \Theta.$

On suppose que :

(3) $E\, G_n(\theta^*) = 0 \in \mathbf{R}^L, \quad \forall n \in N_N^* \quad (\text{ie } E\, G(\theta^*) = 0),$

en notant θ^* la **vraie valeur** (inconnue) du paramètre θ.

(ii) Etant donné une **matrice définie positive** $\Sigma \geq 0$, on appelle **estimateur des moments généralisés de L.P. HANSEN** de θ la solution $\theta_{G,N}$ du problème de **programmation mathématique** suivant :

(4) $\inf_{\theta \in \Theta} (N^{-1} G(\theta))' \Sigma (N^{-1} G(\theta)).$

En particulier, si $L = Q$ et $\Sigma = I_L$, cette solution vérifie :

(5) $N^{-1} G(\theta_{G,N}) = 0.$

(iii) Si $L > Q$, on peut tester l'**adéquation** du modèle considéré, ie l'hypothèse $H_0 : N^{-1} G(\theta) = 0$. Souvent, Σ est une **matrice de « poids »**, ou **matrice de « pondérations »**, et les vecteurs représentent des conditions du premier ordre associées à une **équation estimante** : eg celle de la **méthode des moments** usuelle, ou celle de la **méthode du mv**, ou encore celle conduisant à l'**estimateur de HUBER**, etc.

(iv) La méthode est notamment mise en oeuvre dans le cadre du **modèle d'interdépendance** (non linéaire).