MODÈLE AVEC AUTOCORRÉLATION SPATIALE (D2, J1, J8)

(i) Soit $\eta = f(\xi, b) + \varepsilon$ un **modèle de régression multiple** (non linéaire) écrit dans l'**espace des variables** (ξ, η), « observé » en **coupe instantanée** dans un **espace d'observation** $\mathbf{R}^N$ selon :

(1) $\quad y = F(b) + u, \qquad$ avec $E\,u = 0$, $V\,u = \Sigma$,

où u et y sont des **vecteurs aléatoires** à valeurs dans $\mathbf{R}^N$ (**espace d'observation**) et $F : \mathbf{R}^Q \mapsto \mathbf{R}^N$ est une fonction mesurable donnée (cf **régression non linéaire**). F dépend d'une (N,K)-matrice X contenant N observations d'une liste constituée de K **variables exogènes** $\xi = (\xi_1, ..., \xi_K)$.

On dit que (1) est un **modèle avec autocorrélation spatiale**, ou **modèle avec corrélation instantanée**, ssi la **matrice de dispersion** Σ n'est pas une **matrice diagonale**. Elle peut, notamment, posséder une structure particulière.

(ii) Ce modèle pose trois types de problèmes :

(a) l'existence d'une **autocorrélation spatiale**, qui conduit à tester l'**hypothèse de base** $H_0 : \Sigma = \Sigma_0$ (**matrice** donnée) contre des **alternatives** tq $H_a : \Sigma = \Delta$ (**matrice diagonale** d'ordre N), ou inversement ;

(b) la **spécification** ou la **modélisation** de l'**autocorrélation spatiale**, laquelle n'est pas toujours une donnée du problème ;

(c) l'**estimation**, en présence d'autocorrélation spatiale, des **paramètres** b ou Σ.

Le premier problème est un problème de test qui se pose préalablement au troisième (cf **estimateur de pré-test**, **test préliminaire**).

(iii) La **spécification** de l'autocorrélation spatiale conduit souvent à l'étude d'une forme générale du type :

(2) $\quad u = A\,u + v, \qquad$ avec $E\,v = 0$, $V\,v = \sigma_v^2 \,.\, I_N$.

Par exemple, la **spécification de L. HORDIJK - J. PAELINCK** est du type suivant :

(3) $\quad u = \{\rho \,.\, C(1) + \rho^2 \,.\, C(2) + ... + \rho^L \,.\, C(L)\}\, u + v,$

où C (l) ($\forall\, l \in N_L{}^*$) est une (N,N)-matrice de **contiguïté spatiale** d'ordre l, et où $|\rho| < 1$.

Sous des **conditions de régularité**, on montre que :

(4) $V u = \Sigma = \sigma_v^2 (I_N - \rho C(1) - ... - \rho^L C(L))^{-2}$,

ie ne dépend que de σ_v , lorsque les C (l) sont supposées connues.

(iv) Lorsque le modèle (1) est un **modèle de régression linéaire** (ie Q = K et F = X, **matrice d'observation** relative aux N observations des K variables exogènes), une **procédure** de **détection** préalable de l'autocorrélation spatiale consiste à estimer b à l'aide de l'**estimateur des moindres carrés ordinaires** $b^\wedge$, puis à calculer le **coefficient de MORAN**, ou le **coefficient de GEARY**, à l'aide des **résidus** des mco $u^\wedge = y - y^\wedge$. On peut alors tester l'**hypothèse de base** H_0 d'absence d'autocorrélation spatiale (en modifiant toutefois les formules des deux premiers **moments** de ces coefficients sous l'hypothèse en question).

(v) L'estimation en présence d'autocorrélation spatiale s'effectue à l'aide de méthodes classiques, appliquées au modèle {(1),(2)} : **méthode des moindres carrés généralisés** ou **méthode du maximum de vraisemblance**. Divers **tests d'hypothèses** peuvent alors s'en déduire.

Dans le cas particulier du modèle {(1),(3)}, seuls les paramètres (b, ρ, σ_v^2) sont à estimer.