MOMENT D'UNE DENSITÉ (C5)
(31 / 01 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) Soit $(\Omega, \mathcal{T}, P)$ un **espace probabilisé** et $\xi : \Omega \mapsto \mathbf{R}^K$ un **vecteur aléatoire** réel dont la **loi** P^ξ est une **loi absolument continue** pr à une **mesure positive** μ (eg la **mesure de LEBESGUE**) définie sur $\mathcal{B}(\mathbf{R}^K)$. On note $f = dP^\xi / d\mu$ la **densité de probabilité** de P^ξ et l'on considère un entier $j \in \mathbf{N}^*$.

On appelle alors **moment de la densité d'ordre j** (théorique) le nombre réel (s'il existe) :

(1) $\quad \mu_j(f) = \int f^j \, d\mu = \int (f(x))^j \, d\mu(x).$

(ii) Comme $\mu_j(f) = \int f^{j-1} (f \,.\, d\mu) = \int f^{j-1} dP^\xi$, le moment de la densité f d'ordre j se définit aussi comme **espérance** de la **va** $f^{j-1}(\xi)$, ie :

(2) $\quad \mu_j(f) = E\, f^{j-1}(\xi), \quad \forall\, j \in \mathbf{N}^* \setminus \{1,2\}.$

(ii) Une définition voisine conduit à appeler **moment d'ordre j de f** le moment $\mu_{j+1}(f)$ défini à partir de (1), ie $E\, f^j(\xi)$, $\forall\, j \in \mathbf{N}^*$.

(iii) Une « densité discrète », ie une densité reliant une **loi discrète** à une mesure dominante tq une **mesure discrète** peut aussi posséder des moments.

(iv) Les définitions précédentes possèdent des analogues empiriques : chacun d'eux est appelé **moment empirique d'une densité**. Etant donné un **échantillon aléatoire**, leur définition peut être de deux types :

(a) soit directement à partir de l'**histogramme** de la densité f considérée ;

(b) soit à partir d'un **estimateur de la densité**.