MOYENNE EXPONENTIELLE (C5, F3)
(31 / 01 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) Soit ξ une **vars** et a $\in$ $\mathbf{R}_+^*$ un scalaire donné.

On appelle **moyenne exponentielle de base a** (**théorique**) de ξ le nombre réel (s'il existe) ε tq :

(1) $a^\varepsilon = E\, a^\xi$, ie $\varepsilon = \log_a (E\, a^\xi)$.

(ii) De même, on peut associer à tout **échantillon** X = $(X_1, ..., X_N)$ constitué de vars de même type que ξ et à toute quantité a $\in$ $\mathbf{R}^*_+$ une **statistique** E_N (a) définie par :

(2) $\exp_a E_N(a) = N^{-1} \Sigma_{n=1}^N a^{X(n)}$, ie $E_N(a) = \log_a (N^{-1} \Sigma_{n=1}^N a^{X(n)})$,

appelée **moyenne exponentielle de base a** (**empirique**) de ξ (ou de X), où X(n) désigne, par commodité, X_n .

La définition (2) se déduit de (1) en remplaçant l'espérance calculée avec la loi P^ξ de ξ par celle calculée avec la **loi empirique** P_N associée à X, ie :

(3) $\exp_a \{E_N(a)\} = E_N\, a^\xi = \int a^x\, dP_N(x)$.

Souvent, a = e # 2,718 (base des logarithmes népériens) et l'on omet de le préciser.

(iii) Si μ_j désigne un **moment exponentiel** et si j = 1, on obtient la moyenne exponentielle.

(iv) Une moyenne exponentielle peut être définie, de façon analogue, pour une **variable qualitative** valuée.