

NIVEAU D'UN TEST (I)

(01 / 12 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) On considère un **problème de test** basé sur un **modèle image** $(\mathcal{X}, \mathcal{B}, (P_\theta^X)_{\theta \in \Theta})$ et sur une **partition** $\Pi_\Theta = \{\Theta_0, \Theta_1\}$ de Θ , avec $\Theta_0 \neq \emptyset$ et $\Theta_1 \neq \emptyset$. On teste ainsi l'**hypothèse de base** $H_0 : \theta \in \Theta_0$ contre l'**hypothèse alternative** $H_1 : \theta \in \Theta_1$.

Soit $\varphi : \mathcal{X} \mapsto [0, 1]$ une **fonction de test** (cf **test d'hypothèses**) associée au problème de test (pur et statique) considéré, et soit w_φ sa **région critique**.

On appelle **niveau de signification**, ou **seuil de signification** du test φ (ou de la région critique w_φ) la borne supérieure suivante :

$$(1) \quad \alpha(w_\varphi) = \sup_{\theta \in \Theta_0} P_\theta^X(w_\varphi) = \sup_{\theta \in \Theta_0} \alpha_\theta(w_\varphi),$$

où $\theta \mapsto \alpha_\theta(w_\varphi) = P_\theta^X(w_\varphi)$ désigne le **risque de première espèce** du test.

(ii) Etant donné un nombre $\alpha \in [0, 1]$, on dit qu'un test (pur) φ de région critique associée w_φ est un **test de niveau inférieur à α** ssi :

$$(2) \quad \alpha(w_\varphi) \leq \alpha, \quad \forall \theta \in \Theta_0.$$

(iii) Si φ est un **test mixte** et si l'on note $\theta \mapsto \alpha_\theta(\varphi)$ son risque de première espèce, on appelle **niveau de signification**, ou **seuil de signification**, de φ (ou de w_φ) le nombre réel :

$$(3) \quad \alpha(\varphi) = \sup_{\theta \in \Theta_0} \alpha_\theta(\varphi).$$

Le niveau d'un test φ se note aussi $\alpha_0(w_\varphi)$ ou $\alpha_0(\varphi)$.

(iv) Dans la **théorie des tests** usuelle (NEYMAN - PEARSON), un seuil de **significativité** α (ou un seuil d'acceptation $1 - \alpha$) est donné (fixé a priori) par le **statisticien**, et la **statistique de test** associée permet de déterminer la règle de décision (accepter ou rejeter l'hypothèse de base H_0) (cf aussi **seuil de confiance** et **région d'acceptation**).

L'attitude duale consiste à déterminer un seuil de significativité α (ou un seuil de confiance $1 - \alpha$) à partir duquel on accepte (ou rejette) l'hypothèse privilégiée H_0 . Le statisticien décide alors s'il accepte, ou non, le risque correspondant.