NIVEAU, RÉPARTITION, ÉVOLUTION (A4, A10, C1, N)
(18 / 12 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

On considère une **situation statistique** dans laquelle diverses grandeurs, considérées comme des **variables**, évoluent au cours du **temps**. Il est alors souvent utile de distinguer trois notions complémentaires qui se relient à ce contexte courant.

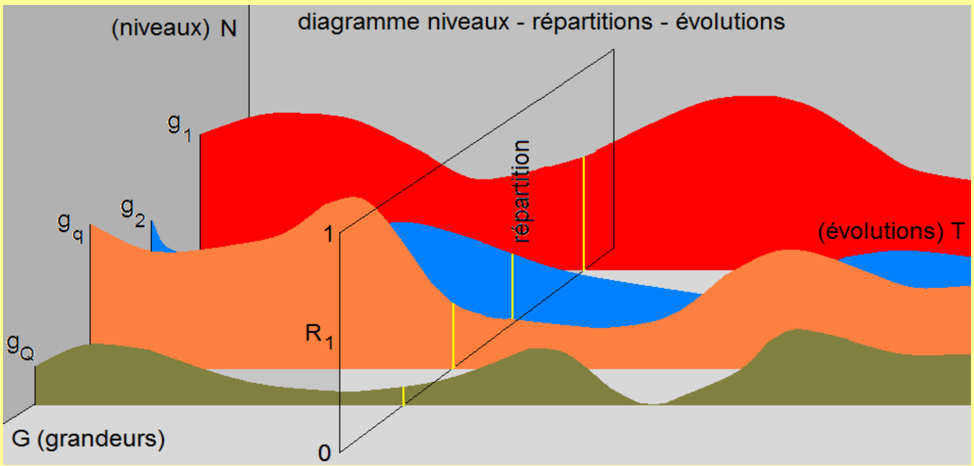
(i) On considère un ensemble (ici fini) G constitué de « **grandeurs** » g, et un « **espace-temps** » N x T constitué :

(a) d'un ensemble N représentant les « **niveaux** » n d'une grandeur quelconque (si N = $\mathbf{R}^p$, on supposera, pour simplifier, ces niveaux non négatifs) ;

(b) d'un ensemble T représentant les « **dates** » t (instants ou périodes) auxquelles on peut observer ces niveaux.

(ii) Ainsi (cf schéma ci-après), dans G x N x T, l'ensemble G comporte Q **grandeurs** $g_q \in$ G, repérées eg par des couleurs (rouge, bleu, orange, kaki, etc), et resp notées (R, B, O, K, ...) = G, et évoluant au cours du temps t $\in$ T :

Représentation graphique des notions associées de niveau, répartition et évolution



(a) le **niveau** (**en-cours** ou **stock**, mais aussi **flux** ou **variation de stock**) n $\in$ N (N $\subset$ R) de chaque grandeur g_q (q $\in$ N_Q*), à une date donnée, est repérable dans le « plan » G x N situé à gauche. Ce niveau est mesuré à l'aide d'une **unité de mesure** commune (unité ad hoc), qui dépend généralement de la nature de la grandeur considérée ;

(b) l'**évolution** (ou **chronologie**, ou **histoire**) de chaque grandeur s'observe dans le plan frontal (T, N). Ainsi, la grandeur g_q prend les valeurs n_q (t) $\in$ N lorsque t parcourt T. La variation relative de g_q entre les dates s et t s'exprime par le rapport $r_{g(q)}$ (s, t) = n_q (s) / n_q (t) = 1 + $\tau_{g(q)}$ (s, t), où $\tau_{g(q)}$ (s, t) = (n_q (s) / n_q (t)) - 1 = $r_{g(q)}$ (s, t) - 1 désigne de **taux de variation** relative entre ces mêmes dates ;

(c) la **répartition** (ou **structure**) à une date $t \in T$ entre toutes ces grandeurs se lit dans le plan d'ordonnée t parallèle au « plan » G x N. Les valeurs des variables à cette date étant resp n_q (t), avec $t \in T$, on peut calculer les **proportions** correspondantes :

(1) $p_{g(q)} (t) = n_q (t) / S (t)$,

où $S (t) = \Sigma_{q=1}^{Q} n_q (t)$ (somme des grandeurs) et $\Sigma_{q=1}^{Q} p_{g(q)} (t) = 1, \forall t \in T$.

Autrement dit, $(p_{g(1)} (t) ,..., p_{g(Q)} (t)) \in S_Q (\mathbf{R})$ (**simplexe** de $\mathbf{R}^Q$). Ces valeurs sont souvent exprimées en **pourcentages** $100 . p_{g(q)} (t)$.

(iii) Par suite, certaines des trois notions considérées (niveau, répartition, évolution) peuvent être connues (fixées) ou non. Ainsi :

(a) tous les niveaux $n_q (t)$ $(g \in G)$ permettent de déterminer une répartition $(p_{g(1)} (t) ,..., p_{g(Q)} (t)) \in S_Q (\mathbf{R})$;

(b) deux niveaux $n_q (s)$ et $n_q (t)$ relatifs à une même grandeur g_q permettent de déterminer une évolution $\tau_{g(q)} (s, t)$;

(c) un niveau initial $n_q (s)$ et une évolution $\tau_{g(q)} (s, t)$ entre deux dates permettent de déterminer un niveau final $n_q (t) = (1 + \tau_{g(q)} (s, t)) . n_q (s)$;

(d) deux répartitions $(p_{g(1)} (s) ,..., p_{g(Q)} (s))$ et $(p_{g(1)} (t) ,..., p_{g(Q)} (t))$ relatives à deux dates ne permettent pas de déterminer des évolutions (autres que de structure).

On peut donc établir divers raisonnements élémentaires autour de ces notions de base, eg (avec $t = s$ ou $t \neq s$) :

(a) deux grandeurs g_q et g_r de même niveau $n_0 (s)$ à la date $s \in T$ et d'évolutions respectives $\tau_{g(q)} (s, t) \neq \tau_{g(r)} (s, t)$ entre les dates s et t, atteignent naturellement des niveaux différents $n_q (t) = n_0 (s) . (1 + \tau_{g(q)} (s, t))$ et $n_r (t) = n_0 (s) . (1 + \tau_{g(r)} (s, t))$.

La répartition $(p_{g(1)} (s) ,..., p_{g(Q)} (s))$ se « déforme » en la répartition $(p_{g(1)} (t) ,..., p_{g(Q)} (t))$, avec :

$$p_{g(q)} (s) = n_q (s) / S (s), \quad p_{g(q)} (t) = n_q (t) / S (t), \tag{2}$$
$$S (t) = \Sigma_{q=1}^{Q} n_q (t) = \Sigma_{q=1}^{Q} n_q (s) . (1 + \tau_{g(q)} (s, t)).$$

(b) deux répartitions $(p_{g(1)} (s) ,..., p_{g(Q)} (s))$ et $(p_{g(1)} (t) ,..., p_{g(Q)} (t))$ observables aux dates s et t impliquent des évolutions propres $\tau_{g(q)} (s, t) = p_{g(q)} (t)) / p_{g(q)} (s)$ $(q \in Q)$

$$p_{g(q)} (s) = n_q (s) / S (s), \quad p_{g(q)} (t) = n_q (t) / S (t), \tag{2}$$
$$S (t) = \Sigma_{q=1}^{Q} g_q (t) = \Sigma_{q=1}^{Q} g_q (s) . (1 + \tau_{g(q)} (s, t)).$$