NOYAU STOCHASTIQUE (B4, C4, D1)
(25 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit (Ω, $\mathcal{T}$) et ($\mathcal{X}$, $\mathcal{B}$) deux **espaces probabilisables**.

On appelle **noyau stochastique** sur (Ω, $\mathcal{T}$) toute **application** :

(1) $N : \Omega \times \mathcal{B} \mapsto [0, 1]$

tq (cf aussi **probabilité de transition**) :

(a) $\forall\ \omega \in \Omega$, la seconde application partielle N (ω , .) est une (mesure de) **probabilité** sur $\mathcal{B}$;

(b) $\forall$ B $\in \mathcal{B}$, la première application partielle N (. , B) est $\mathcal{T}$-mesurable.

On appelle **noyau semi-stochastique**, ou **noyau sous-stochastique**, un noyau N tq, $\forall\ \omega \in \Omega$, N ($\omega$, .) est une **mesure positive** tq :

(2) $N(\omega, \mathcal{X}) \leq 1.$

(iii) Un noyau stochastique vérifie le **théorème de G. FUBINI généralisé** (cf **théorème de FUBINI**).

Soit (Ω, $\mathcal{T}$), ($\mathcal{X}$, $\mathcal{B}$) et ($\mathcal{Y}$, $\mathcal{C}$) trois espaces probabilisables, N un noyau stochastique sur (Ω, $\mathcal{B}$) et P un noyau stochastique sur ($\mathcal{X}$, $\mathcal{C}$).

Il existe alors un noyau stochastique unique Q sur (Ω , $\mathcal{B} \otimes \mathcal{C}$) tq (**formule de G. FUBINI généralisée**) :

(3) $Q(\omega, B \times C) = \int_B N(\omega, dx)\, P(x, C), \qquad \forall\ (\omega, B, C) \in \Omega \times \mathcal{B} \times \mathcal{C}.$