OPÉRATEUR HERMITIEN (A3, A4)
(04 / 08 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Soit E un **espace de HILBERT** et V un sous-**espace vectoriel** de E.

(i) On dit qu'un **opérateur non borné** f : V $\mapsto$ E est un **opérateur hermitien** dans E ssi :

(a) V est **dense** dans E : on l'appelle alors **domaine** de f (noté V = Dom f) ;

(b) f* étant l'adjoint de f, on a Dom f $\subset$ Dom f* et $f^*_{/ \text{Dom } f} = f$ (ie la **restriction** de f* à V n'est autre que f lui-même).

La définition précédente équivaut à la condition suivante, souvent prise pour définition :

(1) $(f(x) \mid y) = (x \mid f(y)), \quad \forall (x, y) \in V^2$,

dans laquelle (. | .) est le **produit scalaire** hermitien de E.

(ii) On montre que :

(a) $(f(x) \mid x) \in \mathbf{R}, \quad \forall x \in V$;

(b) si f est un opérateur hermitien continu, alors f est auto-adjoint (cf **opérateur adjoint**).