OPÉRATION (A, B, C)
(09 / 10 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

A la notion usuelle d'élément d'un **ensemble** (eg nombre d'un ensemble numérique, fonction d'un espace fonctionnel, etc) correspond, en **calcul des probabilités** celle de **variable aléatoire**, et en **Statistique** celle de **statistique** (cf aussi **catégorie**).

De même, à la notion d'**opération** entre éléments d'un ensemble correspond celle d'opération entre variables aléatoires ou entre statistiques. Dans ce contexte, les calculs sur des **éléments aléatoires**, lorsqu'ils ont un sens, généralisent les calculs sur les éléments d'un ensemble, notamment à travers leur **loi de probabilité** (lp).

(i) A chaque **opération** liant des va ou des statistiques on peut, en théorie, associer la **loi de probabilité** résultante (cf eg **théorème de la fonction muette**).

A titre d'exemples, soit $\zeta = (\xi, \eta)$ un **couple aléatoire** à valeurs dans $\mathbf{R}^2$:

(a) si $\tau = \xi + \eta$, alors $\mathscr{L}(\tau) = \mathscr{L}(\xi + \eta)$. En particulier, si ξ et η sont indépendantes, alors $\mathscr{L}(\tau) = \mathscr{L}(\xi) \otimes \mathscr{L}(\eta)$ (cf **indépendance stochastique**) ;

(b) si $\pi = \xi \,.\, \eta$ (produit numérique ordinaire entre va), alors $\mathscr{L}(\pi) = \mathscr{L}(\xi \,.\, \eta)$;

(c) si $\rho = \eta / \xi$, avec $\xi \neq 0$, alors $\mathscr{L}(\rho) = \mathscr{L}(\eta / \xi)$ (cf **rapport de variables aléatoires**) ;

(d) si $\gamma^{>} = \xi \vee \eta = \max(\xi, \eta)$, alors $\mathscr{L}(\gamma^{>}) = \mathscr{L}(\xi \vee \eta)$;

(e) si $\gamma^{<} = \xi \wedge \eta = \min(\xi, \eta)$, alors $\mathscr{L}(\gamma^{<}) = \mathscr{L}(\xi \wedge \eta)$.

(ii) On peut notamment en déduire les **caractéristiques** des lois résultantes ainsi construites. Certaines de celles-ci peuvent aussi parfois se calculer directement sur l'opération elle-même. Ainsi :

(a) si $\zeta \in L_{\mathbf{R}}^1(\Omega, \mathscr{T}, P)$, alors $E\,\tau = E\,\xi + E\,\eta$;

(b) Si $\zeta \in L_{\mathbf{R}}^2(\Omega, \mathscr{T}, P)$, alors $V\,\tau = V\,\xi + V\,\eta + 2 \,.\, C(\xi, \eta)$;

(c) si $\zeta \in L_{\mathbf{R}}^1(\Omega, \mathscr{T}, P)$ et si ξ et η sont indépendantes, alors $E\,\pi = (E\,\xi)\,(E\,\eta)$. De même, $E\,\rho = (E\,\eta)\,(E\,\xi^{-1})$.