OPTIMALITÉ DE TYPE D (G4, H, J)

(i) Dans le même cadre que celui définissant l'**optimalité de type A**, on appelle **critère d'optimalité de type D** (de J.C. KIEFER) la fonction g : S_Q (**R**) $\mapsto$ **R**$_+$ définie par le **déterminant** de l'inverse de la **matrice d'information** :

(1) $g(\mathbf{I}(\theta)) = \text{Dét}(\mathbf{I}(\theta)^{-1}) = (\text{Dét}\,\mathbf{I}(\theta))^{-1} = \Sigma_{q=1}^{Q}(1/\lambda_q), \quad \forall \theta \in \Theta.$

Un estimateur $\theta^{\sim}$ de θ est un **estimateur D-optimal** ssi il réalise un minimum du critère précédent, ie ssi (minimum du déterminant de la matrice d'information) :

(2) $g(\mathbf{I}(\theta^{\sim})) = \inf_\theta g(\mathbf{I}(\theta)).$

(ii) La notion se transpose directement au cas d'un modèle non paramétrique. Elle s'étend en celle de S-optimalité (cf **optimalité de type S**) .

(iii) Soit ν un **plan d'expérience** défini comme pour l'optimalité de type A. Si le critère d'optimalité G retenu est de la forme :

(3) $G(M(\nu)) = \text{Dét}\, M(\nu),$

on dit que $\nu^{\#}$ est un **plan D-optimal** ssi :

(4) $G(M(\nu^{\#})) = \inf_\nu G(M(\nu)).$

On définit un **plan D-optimal** comme plan $\nu^{\#}$ dont la **matrice d'observation** associée $X \in M_{NK}$ (**R**) est choisie en sorte que Dét (X' X) soit maximum (matrice D-optimale).

(iv) En particulier, le modèle associé au plan d'expérience est souvent un **modèle d'analyse de la variance** linéaire de la forme :

(5) $y = X\,b + u, \qquad \text{avec } E\,u / X = 0,\ V\,u / X = \sigma^2 I_N,$

dans lequel $X = (x_{nk})_{nk} \in M_{NK}(\{0, 1\})$, où x_{nk} représente la présence (ou l'absence) d'un **traitement** (niveau d'un facteur) appliqué à l'unité expérimentale n. Par suite, $X'X \in M_{NK}$ (**N**) et il s'agit d'en trouver les termes (solutions) x_{kl} , ainsi que l'entier N (s'il est libre), tq |M| soit maximum. On caractérise ainsi la **structure** interne de la matrice M, donc de X. Dans ce contexte, X est généralement de **rang** inférieur à K.